

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

Dạng 1. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số thông qua bảng biến thiên, đồ thị

Câu 1: (Mã 103 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		0	3		0		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 2: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Lời giải

Chọn D

Theo bảng xét dấu thì $y' < 0$ khi $x \in (0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 3: (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		-2	3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(0; 1)$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(0;1)$ và $(-\infty;-1)$.

Câu 4: (Mã 102 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				3				$+\infty$
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
			1			1			

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(0;+\infty)$. B. $(0;2)$. C. $(-2;0)$. D. $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên, suy ra trên khoảng $(-2;0)$ hàm số đồng biến.

Câu 5: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			-1				-1		
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$
				-2					

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;1)$ B. $(1;+\infty)$ C. $(-\infty;1)$ D. $(-1;0)$

Lời giải

Chọn A

Câu 6: (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho hàm số có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				3				$+\infty$
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
			1			1			

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;2)$. B. $(0;+\infty)$. C. $(-2;0)$. D. $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $(0;2)$ thì $f'(x) < 0$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 7: (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y						

$-\infty \rightarrow 3 \rightarrow -2 \rightarrow +\infty$

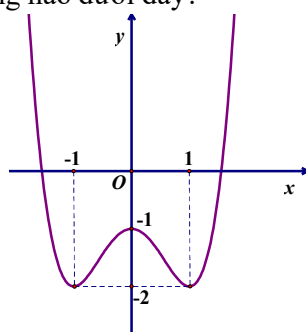
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 8: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-\infty; -1)$ B. $(-1; 1)$ C. $(-1; 0)$ D. $(0; 1)$

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị, ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. Chọn

Câu 9: (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		1	4		$-\infty$

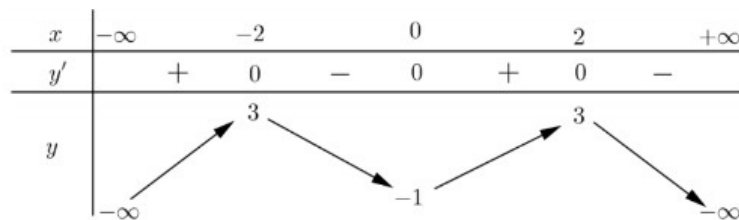
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 3)$ B. $(3; +\infty)$ C. $(-\infty; -2)$ D. $(-2; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Câu 10: (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$ B. $(-\infty; -2)$ C. $(0; 2)$ D. $(-2; 0)$

Lời giải

Chọn D

Dạng 2. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số cho trước

Câu 11: (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \frac{x-1}{x-2}$ B. $y = x^3 + x$ C. $y = -x^3 - 3x$ D. $y = \frac{x+1}{x+3}$

Lời giải

Chọn B

Vì $y = x^3 + x \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 12: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 13: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = x^4 + 3x^2$. B. $y = \frac{x-2}{x+1}$. C. $y = 3x^3 + 3x - 2$. D. $y = 2x^3 - 5x + 1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = 3x^3 + 3x - 2$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 9x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 14: (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Lập bảng biến thiên rồi suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Câu 15: (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-\infty; -\frac{1}{2})$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$y = 2x^4 + 1. \text{ Tập xác định: } D = \mathbb{R}$$

$$\text{Ta có: } y' = 8x^3; y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ suy ra } y(0) = 1$$

$$\text{Giới hạn: } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 16: (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(\frac{1}{3}; 1)$
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; \frac{1}{3})$ D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(\frac{1}{3}; 1)$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$				$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 18: (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			0			$+\infty$

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$, $(1; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Cách 2: Dùng chức năng mode 7 trên máy tính kiểm tra từng đáp án.

Câu 19: (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; +\infty)$ B. $(0; +\infty)$ C. $(-\infty; 0)$ D. $(-1; 1)$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = \frac{-4x}{(x^2 + 1)^2} < 0 \Leftrightarrow x > 0$$

Câu 20: (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

Lời giải

Chọn C

Ta có:

+) TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

+) $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 21: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } D = \mathbb{R}, y' = \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}; y' > 0 \Leftrightarrow x > 0.$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Dạng 3. Tìm m để hàm số đơn điệu trên các khoảng xác định của nó

Câu 22: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. 0 B. 3 C. 2 D. 1

Lời giải

Chọn C

TH1: $m=1$. Ta có: $y=-x+4$ là phương trình của một đường thẳng có hệ số góc âm nên hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó nhận $m=1$.

TH2: $m=-1$. Ta có: $y=-2x^2-x+4$ là phương trình của một đường Parabol nên hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó loại $m=-1$.

TH3: $m \neq \pm 1$. Khi đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$, dấu “=” chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên $\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow 3(m^2-1)x^2+2(m-1)x-1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1 < 0 \\ (m-1)^2+3(m^2-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1 < 0 \\ (m-1)(4m+2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\frac{1}{2} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1. \quad \text{Vì}$$

$m \in \mathbb{Z}$ nên $m=0$.

Vậy có 2 giá trị m nguyên cần tìm là $m=0$ hoặc $m=1$.

Câu 23: (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$, với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A. 5

B. 4

C. 6

D. 7

Lời giải

Chọn D

Ta có:

+) TXĐ: $D = \mathbb{R}$

+) $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi $y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 3(4m+9) \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m \in [-9; -3] \Rightarrow$ có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 24: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2-m)x^3 + 2mx^2 + 3x - 2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$y' = (m^2-m)x^2 + 4mx + 3$$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

+ Với $m=0$ ta có $y' = 3 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

+ Với $m=1$ ta có $y' = 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{4} \Rightarrow m=1$ không thỏa mãn.

$$+ \text{ Với } \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 0 \end{cases} \text{ ta có } y' \geq 0 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m > 0 \\ \Delta' = m^2 + 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m < 0.$$

Tổng hợp các trường hợp ta được $-3 \leq m \leq 0$.

$$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0\}.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài ra.

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = mx^3 + mx^2 + m(m-1)x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \leq \frac{4}{3}$ và $m \neq 0$. **B.** $m = 0$ hoặc $m \geq \frac{4}{3}$.

C. $m \geq \frac{4}{3}$. **D.** $m \leq \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

TH1: $m = 0 \Rightarrow y = 2$ là hàm hằng nên loại $m = 0$.

TH2: $m \neq 0$. Ta có: $y' = 3mx^2 + 2mx + m(m-1)$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \Delta' = m^2 - 3m^2(m-1) \leq 0 \\ 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2(4-3m) \leq 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{4}{3} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{4}{3}$$

Câu 26: Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$. **B.** $-2 \leq m \leq -1$. **C.** $-2 < m < -1$. **D.** $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$, $y' = -x^2 + 2mx + 3m + 2$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 3m + 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1.$$

Câu 27: Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. Không có giá trị m thỏa mãn. **B.** $m \neq 1$.
C. $m = 1$. **D.** Luôn thỏa mãn với mọi m .

Lời giải

Chọn C

$$y' = 3x^2 - 6mx + 3(2m - 1)$$

Ta có: $\Delta' = (-3m)^2 - 3.3.(2m - 1)$. Để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $\Delta' \leq 0$

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 18m + 9 < 0 \Leftrightarrow 9(m^2 - 2m + 1) \leq 0 \Leftrightarrow 9(m - 1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 28: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - 2mx^2 + (3m + 5)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = mx^2 - 4mx + 3m + 5$.

Với $a = 0 \Leftrightarrow m = 0 \Rightarrow y' = 5 > 0$. Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Với $a \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ (2m)^2 - m(3m + 5) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 5m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 0 \leq m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 5.$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 29: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $[-2; 2]$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(-\infty; -2]$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = x^2 + 2mx + 4$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Câu 30: Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (2a + 1)x - 3a + 2$ (a là tham số). Với giá trị nào của a thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $a \leq 1$.

B. $a \geq -\frac{5}{2}$.

C. $a \leq -\frac{5}{2}$.

D. $a \geq 1$.

Lời giải

Chọn C

Tìm điều kiện của tham số thực m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3(m + 1)x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \geq 2$.

B. $m < 2$.

C. $m < 0$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + 3(m+1)$

$$YCBT \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = -9m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 0.$$

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m-1)x^3 - 3(m-1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $1 < m \leq 2$.

B. $1 < m < 2$.

C. $1 \leq m \leq 2$.

D. $1 \leq m < 2$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3(m-1)x^2 - 6(m-1)x + 3$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 = 0 \\ m-1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m > 1 \\ 9(m-1)^2 - 9(m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m > 1 \\ 1 \leq m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2.$$

Câu 32: Giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (m+3)x - 5 + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là.

A. $-\frac{3}{4} \leq m \leq 1$.

B. $m \leq -\frac{3}{4}$.

C. $-\frac{3}{4} < m < 1$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^2 - 4mx + (m+3).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4mx + (m+3) = 0.$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, đẳng thức chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm

$$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow (-2m)^2 - 1 \cdot (m+3) \leq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq m \leq 1.$$

$$\text{Vậy } -\frac{3}{4} \leq m \leq 1.$$

Dạng 4. Tìm m để hàm số nhất biến đơn điệu trên khoảng cho trước

Câu 33: (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$$y = \frac{x+2}{x+3m} \text{ đồng biến trên khoảng } (-\infty; -6).$$

A. 2 B. 6

C. Vô số

D. 1

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = (-\infty; -3m) \cup (-3m; +\infty)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{3m-2}{(x+3m)^2}$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (-\infty; -6) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2 > 0 \\ -6 \leq -3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{3} \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < m \leq 2.$$

Mà m nguyên nên $m = \{1; 2\}$.

Câu 34: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$$y = \frac{x+1}{x+3m} \text{ nghịch biến trên khoảng } (6; +\infty)?$$

A. 0 B. 6

C. 3

D. Vô số

Lời giải

Chọn C

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{-3m\}; y' = \frac{3m-1}{(x+3m)^2}.$$

Hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} y' < 0 \\ (6; +\infty) \subset D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-1 < 0 \\ -3m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vì } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0\}.$$

Câu 35: (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$$y = \frac{x+2}{x+5m} \text{ đồng biến trên khoảng } (-\infty; -10)?$$

A. 2 B. Vô số

C. 1

D. 3

Lời giải

Chọn A

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}.$$

$$y' = \frac{5m-2}{(x+5m)^2}.$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (-\infty; -10) \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} 5m-2 > 0 \\ -5m \in [-10; +\infty) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{5} \\ -5m \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \leq 2.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy có 2 giá trị của tham số m .

Câu 36: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = \frac{mx+4m}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

- A. 4 B. Vô số C. 3 D. 5

Lời giải

Chọn D

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}; \quad y' = \frac{m^2 - 4m}{(x+m)^2}.$$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định khi $y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên có 3 giá trị thỏa mãn.

Câu 37: (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10; +\infty)$?

- A. Vô số B. 4 C. 5 D. 3

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$$y' = \frac{5m-6}{(x+5m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên $(10; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} y' < 0, \forall x \in D \\ -5m \notin (10; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6 < 0 \\ -5m \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{6}{5} \\ m \geq -2 \end{cases}.$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

Câu 38: (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hàm số $y = \frac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

- A. Vô số B. 3 C. 5 D. 4

Lời giải

Chọn B

$y' = \frac{-m^2 + 2m + 3}{(x-m)^2}$ hàm số đồng biến trên khoảng xác định khi $-1 < m < 3$ nên có 3 giá trị của m nguyên

Dạng 5. Tìm m để hàm số bậc 3 đơn điệu trên khoảng cho trước

Câu 39: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m-9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$ B. $[0; +\infty)$ C. $(-\infty; 0]$ D. $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = -3x^2 - 12x + 4m - 9$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ thì $y' = -3x^2 - 12x + 4m - 9 \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1)$

$$\Leftrightarrow 4m \leq 3x^2 + 12x + 9 \quad \forall x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow 4m \leq \min_{(-\infty; -1]} f(x), \quad f(x) = 3x^2 + 12x + 9$$

Ta có $f'(x) = 6x + 12$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Khi đó, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y	$+\infty$	-3	$+\infty$

$$\text{Suy ra } \min_{(-\infty; 0]} f(x) = -3 \Rightarrow 4m \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{4}.$$

Câu 40: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx - 4$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ là

- A. $(-1; 5)$. B. $(-\infty; -3]$. C. $(-\infty; -4]$. D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 + 6x - m$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; 0)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x - m \geq 0, \forall x \in (-\infty; 0)$$

$$\Leftrightarrow m \leq 3x^2 + 6x, \forall x \in (-\infty; 0).$$

Đặt $g(x) = 3x^2 + 6x$, hàm số $g(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0		
y'		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\Leftrightarrow m \leq 3x^2 + 6x, \forall x \in (-\infty; 0) \Leftrightarrow m \leq -3$.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = f(x) = \frac{mx^3}{3} + 7mx^2 + 14x - m + 2$ giảm trên nửa khoảng $[1; +\infty)$?

- A. $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right]$. B. $\left[-2; -\frac{14}{15}\right]$. C. $\left[-\frac{14}{15}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; -\frac{14}{15}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$, yêu cầu của bài toán đưa đến giải bất phương trình

$$mx^2 + 14mx + 14 \leq 0, \forall x \geq 1, \text{ tương đương với } g(x) = \frac{-14}{x^2 + 14x} \geq m \quad (1)$$

Đễ dàng có được $g(x)$ là hàm tăng $\forall x \in [1; +\infty)$, suy ra $\min_{x \geq 1} g(x) = g(1) = -\frac{14}{15}$

$$\text{Kết luận: } (1) \Leftrightarrow \min_{x \geq 1} g(x) \geq m \Leftrightarrow -\frac{14}{15} \geq m$$

Câu 42: Xác định các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - m$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$?

- A. $m \geq 0$. B. $m < \frac{1}{2}$. C. $m \leq 0$. D. $m \geq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$y' = 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m \\ x = 0 \end{cases}$$

Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - m$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1) \Leftrightarrow 2m \geq 1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

- A. $m \leq 0$. B. $m \geq -2$. C. $m \leq -3$. D. $m \leq -1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 3x^2 + 6x - m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x < 0$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x - m \geq 0, \forall x < 0.$$

Cách 1:

$$3x^2 + 6x - m \geq 0, \forall x < 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x \geq m, \forall x < 0.$$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 + 6x$ trên khoảng $(-\infty; 0)$, ta có:

$$f'(x) = 6x + 6. \text{ Xét } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1. \text{ Ta có } f(-1) = -3.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0
$f'(x)$		0	
	$-$		$+$
$f(x)$	$+\infty$	-3	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $m \leq -3$.

Cách 2:

Ta có $\Delta' = 9 + 3m$.

Nếu $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -3$ thì $y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow y' \geq 0 \forall x < 0$.

Nếu $\Delta' > 0$ thì y' có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Khi đó để $y' \geq 0 \forall x < 0$ thì ta phải có

$$0 \leq x_1 < x_2. \text{ Điều này không thể xảy ra vì } S = x_1 + x_2 = -2 < 0.$$

Vậy $m \leq -3$.

Cách 3:

Phương án B: Với $m = -3$ ta có $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x+1)^3$. Khi đó $y' = 3(x+1)^2 \geq 0 \forall x$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. Vậy B là đáp án đúng.

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - 9m^2x$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

A. $-1 < m < \frac{1}{3}$.

B. $m > \frac{1}{3}$.

C. $m < -1$.

D. $m \geq \frac{1}{3}$ hoặc $m \leq -1$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6mx - 9m^2; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx - 9m^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 3m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -m \\ x = 3m \end{cases}.$$

• Nếu $-m = 3m \Leftrightarrow m = 0$ thì $y' \geq 0; \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số không có khoảng nghịch biến.

• Nếu $-m < 3m \Leftrightarrow m > 0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-m; 3m)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} -m \leq 0 \\ 3m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{3}$.

Kết hợp với điều kiện ta được $m \geq \frac{1}{3}$.

• Nếu $-m > 3m \Leftrightarrow m < 0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(3m; -m)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m \leq 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -1$.

Kết hợp với điều kiện ta được $m \leq -1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$ khi $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{1}{3}$.

Câu 45: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

- A. $m = 0$. B. $m > 1$. C. $m \leq -\frac{1}{2}$. D. $m < -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2m - 1 \end{cases}$.

Nếu $1 \leq 2m - 1$ thì ta có biến đổi $y' \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2m - 1$.

(trường hợp này hàm số không thể nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$).

Xét $2m - 1 < 1$ ta có biến đổi $y' \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2m - 1; 1]$.

x	$-\infty$	$2m-1$			1	$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
	$-\infty$					$+\infty$

Vậy, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$ thì $(-2; 0) \subset [2m - 1; 1]$.

$$\Leftrightarrow 2m - 1 \leq -2 \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2}.$$

Câu 46: Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$ tăng trên khoảng $(1; +\infty)$.

- A. $m < 3$. B. $m \geq 3$. C. $m \neq 3$. D. $m \leq 3$.

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm : $y' = 3x^2 - 6x + m$

YCBT $\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$.

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 6x, \forall x \in (1; +\infty)$

Xét hàm số: $f(x) = -3x^2 + 6x, \forall x \in (1; +\infty) \Rightarrow f'(x) = -6x + 6 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, f(1) = 3$. Do đó : $m \geq f(x), x \in (1; +\infty) \Rightarrow m \geq 3$.

Câu 47: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ là:

A. $(-\infty; 3)$.

B. $(-\infty; 3]$.

C. $[3; 6]$.

D. $(-\infty; 6]$.

Lời giải

Chọn B

$y' = 3x^2 - 2mx - (m-6)$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (0; 4)$.

tức là $3x^2 - 2mx - (m-6) \geq 0 \forall x \in (0; 4) \Leftrightarrow \frac{3x^2 + 6}{2x + 1} \geq m \forall x \in (0; 4)$

Xét hàm số $g(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x + 1}$ trên $(0; 4)$.

$g'(x) = \frac{6x^2 + 6x - 12}{(2x + 1)^2}, g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; 4) \\ x = -2 \notin (0; 4) \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	1	4
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	6	3	$\frac{54}{13}$

Vậy để $g(x) = \frac{3x^2 + 6}{2x + 1} \geq m \forall x \in (0; 4)$ thì $m \leq 3$.

Câu 48: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 6mx + m$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

A. $m \leq -\frac{1}{4}$.

B. $m \geq \frac{1}{4}$.

C. $m \geq 2$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 6x^2 - 6x - 6m$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi $y' \leq 0$ với $\forall x \in (-1;1)$ hay $m \geq x^2 - x$ với $\forall x \in (-1;1)$.

Xét $f(x) = x^2 - x$ trên khoảng $(-1;1)$ ta có $f'(x) = 2x - 1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên

x	-1	$\frac{1}{2}$	1
y'	$-$	0	$+$
y	2	$-\frac{1}{4}$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \geq f(x)$ với $\forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow m \geq 2$.

* Có thể sử dụng $y' \leq 0$ với $\forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow \begin{cases} y'(-1) \leq 0 \\ y'(1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6m \leq 0 \\ 12 - 6m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2$.

Câu 49: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. $m \geq 12$.

B. $m \leq 12$.

C. $m \geq 0$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 12x + m$

□ Trường hợp 1:

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \text{ (hn)} \\ 36 - 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 12$

□ Trường hợp 2: Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 \leq 0$ (*)

□ Trường hợp 2.1: $y' = 0$ có nghiệm $x = 0$ suy ra $m = 0$. Nghiệm còn lại của $y' = 0$ là $x = 4$ (không thỏa (*))

□ Trường hợp 2.2: $y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa

$$x_1 < x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36 - 3m > 0 \\ 4 < 0 \text{ (vl)} \\ \frac{m}{3} > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{không có } m. \text{ Vậy } m \geq 12$$

Cách 2: Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq 12x - 3x^2 = g(x), \forall x \in (0; +\infty)$.

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(0; +\infty)$.

x	0	2	$+\infty$
g'		+	0 -
g	0	12	$+\infty$

Câu 50: Tập hợp các giá trị m để hàm số $y = mx^3 - x^2 + 3x + m - 2$ đồng biến trên $(-3; 0)$ là

- A. $\left[\frac{-1}{3}; 0\right)$. B. $\left(\frac{-1}{3}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{-1}{3}\right)$. D. $\left[\frac{-1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 3mx^2 - 2x + 3$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$ khi và chỉ khi:

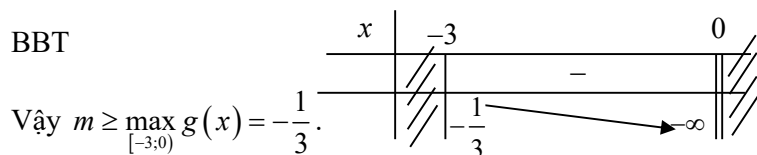
$y' \geq 0, \forall x \in (-3; 0)$ (Dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm trên $(-3; 0)$)

$$\Leftrightarrow 3mx^2 - 2x + 3 \geq 0, \forall x \in (-3; 0)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{2x-3}{3x^2} = g(x) \quad \forall x \in (-3; 0)$$

Ta có: $g'(x) = \frac{-2x+6}{3x^3}$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$

BBT



Vậy $m \geq \max_{[-3; 0)} g(x) = -\frac{1}{3}$.

Câu 51: Tìm m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx + m - 1$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

- A. $m \leq -1$. B. $m \leq 1$. C. $m < 1$. D. $m > -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = -3x^2 + 6x + 3m = 3(-x^2 + 2x + m)$.

Vì hàm số liên tục trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$ cũng tương đương hàm số nghịch trên $[0; +\infty)$ khi chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in [0; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x + m \leq 0 \quad \forall x \in [0; +\infty) \Leftrightarrow m \leq x^2 - 2x = f(x) \quad \forall x \in [0; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \min_{[0; +\infty)} f(x) = f(1) = -1$$

Dạng 6. Tìm m để hàm số khác đơn điệu trên khoảng cho trước

Câu 52: (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$ B. $m \leq 0$

C. $1 \leq m < 2$ D. $m \geq 2$

Lời giải**Chọn A**

Đặt $t = \tan x$, vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow t \in (0; 1)$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t-2}{t-m} \forall t \in (0; 1)$. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

Ta có $f'(t) = \frac{2-m}{(t-m)^2}$.

Ta thấy hàm số $t(x) = \tan x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$. Nên để hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ khi và chỉ khi: $f'(t) > 0 \forall t \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow \frac{2-m}{(t-m)^2} > 0 \forall t \in (0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m > 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \leq 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0] \cup [1; 2) \\ m \geq 1 \end{cases}$$

CASIO: Đạo hàm của hàm số ta được $y' = \frac{\frac{1}{\cos^2 x}(\tan x - m) - (\tan x - 2)\frac{1}{\cos^2 x}}{(\tan x - m)^2}$

Ta nhập vào máy tính bằng $y' \setminus \text{CALC} \setminus \text{Calc}$ $x = \frac{\pi}{8}$ (Chọn giá trị này thuộc $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$)

$\setminus = \setminus m = ?$ 1 giá trị bất kỳ trong 4 đáp án.

Đáp án D $m \geq 2$. Ta chọn $m = 3$. Khi đó $y' = -0,17 < 0$ (Loại)

Đáp án C $1 \leq m < 2$ Ta chọn $m = 1,5$. Khi đó $y' = 0,49 > 0$ (nhận)

Đáp án B $m \geq 0$ Ta chọn $m = 0$. Khi đó $y' = 13,6 > 0$ (nhận)

Vậy đáp án B và C đều đúng nên chọn đáp án A.

Câu 53: (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

A. 0 B. 4

C. 5

D. 3

Lời giải

Chọn B

$$y' = 3x^2 + m + \frac{1}{x^6}$$

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' = 3x^2 + m + \frac{1}{x^6} \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow -3x^2 - \frac{1}{x^6} \leq m, \forall x \in (0; +\infty). \text{ Xét hàm số } g(x) = -3x^2 - \frac{1}{x^6} \leq m, x \in (0; +\infty)$$

$$g'(x) = -6x + \frac{6}{x^7} = \frac{-6(x^8 - 1)}{x^7}, g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1(\text{loại}) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		0	
$g(x)$	$-\infty$	-4	$-\infty$

Dựa vào BBT ta có $m \geq -4$, suy ra các giá trị nguyên âm của tham số m là $-4; -3; -2; -1$

Câu 54: (THPT BẠCH ĐẰNG QUẢNG NINH NĂM 2018-2019) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + 10x^2 - (m^2 - m - 20)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Tổng giá trị của tất cả các phân tử thuộc S bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. -2 .

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = m^2x^4 - mx^2 + 20x - (m^2 - m - 20) = m^2(x^4 - 1) - m(x^2 - 1) + 20(x + 1)$$

$$= m^2(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) - m(x - 1)(x + 1) + 20(x + 1)$$

$$= (x + 1)[m^2(x - 1)(x^2 + 1) - m(x - 1) + 20]$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ m^2(x - 1)(x^2 + 1) - m(x - 1) + 20 = 0(*) \end{cases}$$

Ta có $f'(x) = 0$ có một nghiệm đơn là $x = -1$, do đó nếu $(*)$ không nhận $x = -1$ là nghiệm thì

$f'(x)$ đổi dấu qua $x = -1$. Do đó để $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ hay $(*)$ nhận $x = -1$ làm nghiệm (bậc lẻ).

$$\text{Suy ra } m^2(-1 - 1)(1 + 1) - m(-1 - 1) + 20 = 0 \Leftrightarrow -4m^2 + 2m + 20 = 0.$$

Tổng các giá trị của m là $\frac{1}{2}$.

Câu 55: (THPT LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG NĂM 2018-2019) Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x + 1 + \frac{m}{x - 2}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó là

A. $[0;1)$.

B. $(-\infty;0]$.

C. $[0;+\infty)\setminus\{1\}$.

D. $(-\infty;0)$.

Lời giải

• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó khi và chỉ khi:

$$y' \geq 0, \forall x \in D \Leftrightarrow 1 - \frac{m}{(x-2)^2} \geq 0, \forall x \in D$$

$$\Leftrightarrow m \leq (x-2)^2, \forall x \in D$$

Xét hàm số $f(x) = (x-2)^2$ ta có:

$$f'(x) = 2x-4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

Vậy, để hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó thì $m \leq 0$.

Câu 56: (THPT MINH KHAI HÀ TĨNH NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số để

hàm số $y = \frac{\cos x - 3}{\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

A. $\begin{cases} 0 \leq m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -1 \end{cases}$.

C. $m \leq 3$.

D. $m < 3$.

Lời giải

Điều kiện: $\cos x \neq m$. Ta có: $y' = \frac{(-m+3)}{(\cos x - m)^2} \cdot (-\sin x) = \frac{(m-3)}{(\cos x - m)^2} \cdot \sin x$

Vì $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow \sin x > 0, (\cos x - m)^2 > 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right): \cos x \neq m$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Leftrightarrow y' < 0 \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 < 0 \\ \cos x \neq m \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 < 0 \\ m \notin (-1; 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$$

Chú ý: Tập giá trị của hàm số $y = \cos x, \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ là $(-1; 0)$.

Câu 57: (TT HOÀNG HOA THÁM - 2018-2019) Cho hàm số $y = \frac{(4-m)\sqrt{6-x}+3}{\sqrt{6-x}+m}$. Có bao nhiêu giá

trị nguyên của m trong khoảng $(-10; 10)$ sao cho hàm số đồng biến trên $(-8; 5)$?

A. 14.

B. 13.

C. 12.

D. 15.

Lời giải

Đặt $t = -\sqrt{6-x}$ vì $x \in (-8; 5) \Rightarrow t \in (-\sqrt{14}; -1)$ và $t = -\sqrt{6-x}$ đồng biến trên $(-8; 5)$.

Hàm số trở thành $y = \frac{-(4-m)t+3}{-t+m}$ tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\} \Rightarrow y' = \frac{m^2 - 4m + 3}{(-t+m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\sqrt{14}; -1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 3 > 0 \\ m \leq -\sqrt{14} \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\sqrt{14} \\ -1 \leq m < 1. \\ m > 3 \end{cases}$

$\Rightarrow m = \{-9, -8, -7, -6, -5, -4, -1, 0, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ có 14 giá trị.

Câu 58: (THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 1) Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + mx - \frac{3}{2x}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Tập xác định : $D = \mathbb{R}$. $y' = x^3 + m + \frac{3}{2x^2}$.

Ta có: hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0$ với $\forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow x^3 + m + \frac{3}{2x^2} \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow x^3 + \frac{3}{2x^2} \geq -m, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow -m \leq \min_{(0; +\infty)} f(x), \text{ với } f(x) = x^3 + \frac{3}{2x^2} (1).$$

Cách 1:

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có $f(x) = x^3 + \frac{3}{2x^2} = \frac{x^3}{2} + \frac{x^3}{2} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2x^2} \geq 5\sqrt[5]{\frac{1}{2^5}} = \frac{5}{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 1$. Do đó $\min_{(0; +\infty)} f(x) = \frac{5}{2} (2)$.

Từ (1) và (2) ta có $-m \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{2}$. Do m nguyên âm nên $m = -1$ hoặc $m = -2$.

Vậy có hai giá trị nguyên âm của tham số m thỏa mãn điều kiện bài ra.

Cách 2:

Xét hàm số $f(x) = x^3 + \frac{3}{2x^2}, \forall x \in (0; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - \frac{3}{x^3}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$		$\frac{5}{2}$	

Từ bảng biến thiên ta có $-m \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{2}$. Do m nguyên âm nên $m = -1$ hoặc $m = -2$.

Vậy có hai giá trị nguyên âm của tham số m thỏa mãn điều kiện bài ra.

Câu 59: (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .

A. 3 B. 2 C. 1 D. 4

Lời giải

Chọn C

$$y = f(x) = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$$

Đặt $t = \ln x$, điều kiện $t \in (0; 1)$

$$g(t) = \frac{t - 4}{t - 2m}; g'(t) = \frac{-2m + 4}{(t - 2m)^2}$$

Để hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1; e)$ thì hàm số $g(t)$ đồng biến trên $(0; 1) \Leftrightarrow g'(t) > 0, t \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow \frac{-2m + 4}{(t - 2m)^2} > 0, t \in (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m + 4 > 0 \\ 2m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m < 2 \\ m < 0 \end{cases}$$

S là tập hợp các giá trị nguyên dương $\Rightarrow S = \{1\}$.

Vậy số phần tử của tập S là 1.

Câu 60: (THPT CHUYÊN VINH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tìm m để hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

A. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$ B. $m > 2$ C. $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$ D. $-1 < m < 1$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = \frac{2-m}{(\cos x - m)^2} \cdot (-\sin x), \sin x > 0 \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Do đó: Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2-m > 0 \\ \cos x - m \neq 0 \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}.$$

Câu 61: (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số

$$y = \frac{3}{4}x^4 - \frac{9}{2}x^2 + (2m+15)x - 3m + 1 \text{ đồng biến trên khoảng } (0; +\infty)?$$

A. 2. B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = 3x^3 - 9x + 2m + 15 \geq 0 \forall x \in (0; +\infty)$ và dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm thuộc $(0; +\infty) \Leftrightarrow 3x^3 - 9x + 15 \geq -2m \forall x \in (0; +\infty)$.

Xét hàm số: $g(x) = 3x^3 - 9x + 15$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có: $g'(x) = 9x^2 - 9$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 (l) \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		0	+
$g(x)$	15	9	$+\infty$

Từ BBT ta có: $-2m \leq 9 \Leftrightarrow m \geq -\frac{9}{2}$

Vậy $m \in \{-4; -3; -2; -1\}$.

Câu 62: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 3x + \frac{m^2 + 3m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y = 3x + \frac{m^2 + 3m}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3(x+1)^2 - (m^2 + 3m)}{(x+1)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi $y' \geq 0, \forall x \neq -1 \Leftrightarrow m^2 + 3m \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 0$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 63: Tìm m để hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

- A. $m > 2$. B. $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$. C. $m < 2$. D. $m \leq 2$.

Lời giải

Đặt $t = \cos x$.

Ta có: $t' = -\sin x < 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

$\Rightarrow$ hàm số $t = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Do đó hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow$ hàm số $y = \frac{t - 2}{t - m}$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

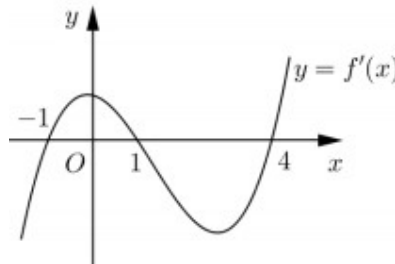
Hàm số $y = \frac{t - 2}{t - m}$ đồng biến trên khoảng $(0; 1) \Leftrightarrow y' = \frac{2 - m}{(t - m)^2} > 0, \forall t \in (0; 1)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - m > 0 \\ 1 \leq m \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ 1 \leq m \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases}.$$

Vậy với $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$ thì hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Dạng 7. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số $f(u)$ khi biết đồ thị hàm số $f'(x)$

Câu 64: (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(2 - x)$ đồng biến trên khoảng



- A. $(2; +\infty)$ B. $(-2; 1)$ C. $(-\infty; -2)$ D. $(1; 3)$

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Ta thấy $f'(x) < 0$ với $\begin{cases} x \in (1; 4) \\ x < -1 \end{cases}$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $(1; 4)$ và $(-\infty; -1)$ suy ra $g(x) = f(-x)$ đồng biến trên $(-4; -1)$ và $(1; +\infty)$. Khi đó $f(2-x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$ và $(3; +\infty)$

Cách 2:

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 4 \end{cases}$.

Ta có $(f(2-x))' = (2-x)' \cdot f'(2-x) = -f'(2-x)$.

Để hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến thì $(f(2-x))' > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$.

Câu 65: (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; 4)$. B. $(1; 3)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(4; 5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = f'(5-2x) = -2f'(5-2x)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -2f'(5-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x = -3 \\ 5-2x = -1 \\ 5-2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 3 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$f'(5-2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x < -3 \\ -1 < 5-2x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 2 < x < 3 \end{cases}; f'(5-2x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x > 1 \\ -3 < 5-2x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ 3 < x < 4 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y									

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng $(4; 5)$.

Câu 66: (Mã 103 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;2)$. B. $(2;3)$. C. $(-\infty;-3)$. D. $(3;4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = -2.f'(3-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x \leq -3 \\ -1 \leq 3-2x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Vậy chọn A.

Câu 67: (Mã 102 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3;5)$. B. $(5;+\infty)$. C. $(2;3)$. D. $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ suy ra hàm số $y = f(5-2x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = f(5-2x)$ có $y' = -2.f'(5-2x), \forall x \in \mathbb{R}$.

$$y' \leq 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 5-2x \leq -1 \\ 5-2x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x \leq 4 \\ x \leq 2 \end{cases}.$$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2);(3;4)$. Do đó B phương án chọn.

Câu 68: (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2;1)$. B. $(2;4)$. C. $(1;2)$. D. $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = -2.f'(3-2x).$$

$$\text{Hàm số nghịch biến khi } y' \leq 0 \Leftrightarrow -2.f'(3-2x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 3-2x \leq -1 \\ 3-2x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq x \leq 3 \\ x \leq 1 \end{cases}.$$

Vậy chọn đáp án

B.

Câu 69: (ĐỀ THI CÔNG BẰNG KHTN LẦN 02 NĂM 2018-2019) Cho hàm số $f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;1)$.

B. $(-4;-3)$.

C. $(0;1)$.

D. $(-2;-1)$.

Lời giải

Ta có: Đặt: $y = g(x) = f(x^2 + 2x)$; $g'(x) = [f(x^2 + 2x)]' = (2x + 2).f'(x^2 + 2x)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x + 2).f'(x^2 + 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2 = 0 \\ f'(x^2 + 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 + 2x = -2(VN) \\ x^2 + 2x = 1 \\ x^2 + 2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 - \sqrt{2} \\ x = -1 + \sqrt{2} \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

(Trong đó: $x = -1 - \sqrt{2}; x = -1 + \sqrt{2}$ là các nghiệm bội chẵn của PT: $x^2 + 2x = 1$)

+ Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	$-1-\sqrt{2}$	-1	$-1+\sqrt{2}$	1	$+\infty$			
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$										

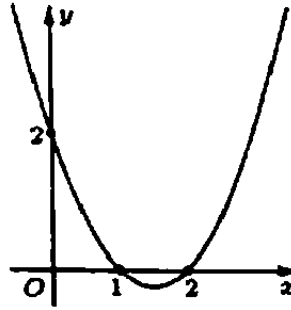
The diagram illustrates the behavior of the function $g(x)$ between its critical points. The critical points are $x = -3$, $x = -1 - \sqrt{2}$, $x = -1$, $x = -1 + \sqrt{2}$, and $x = 1$. The arrows show that $g(x)$ increases from $-\infty$ to -3 , decreases from -3 to -1 , increases from -1 to 1 , and decreases from 1 to $+\infty$.

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Chú ý: Cách xét dấu $g'(x)$:

Chọn giá trị $x = 0 \in (-1; -1 + \sqrt{2}) \Rightarrow x^2 + 2x = 0 \Rightarrow g'(0) = f'(0) > 0$ (dựa theo bảng xét dấu của hàm $f'(x)$). Suy ra $g'(x) > 0 \forall x \in (-1; -1 + \sqrt{2})$, sử dụng quy tắc xét dấu đa thức “lẻ đổi, chẵn không” suy ra dấu của $g'(x)$ trên các khoảng còn lại

Câu 70: (THPT CHUYÊN THÁI NGUYÊN LẦN 01 NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hàm số $g(x) = f(x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

B. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Phương pháp

Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow g'(x) \leq 0 \forall x \in (a; b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

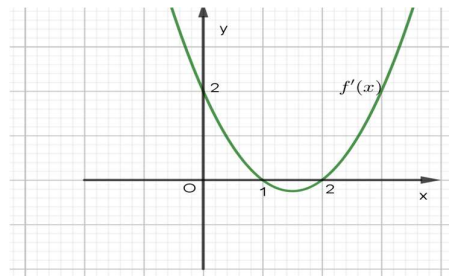
Cách giải

Ta có: $g'(x) = (1 - 2x)f'(x - x^2)$.

Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow g'(x) \leq 0 \forall x \in (a; b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Ta có $g'(-1) = 3f'(-2) > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án A, B và D

Câu 71: (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(2 - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

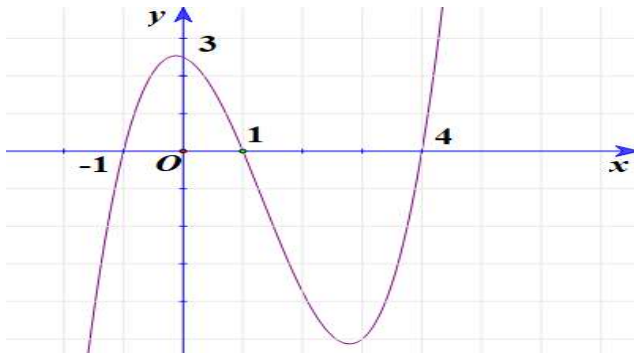
Hàm số $y = f(2 - x^2)$ có $y' = -2x.f'(2 - x^2)$

$$y' = -2x.f'(2-x^2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 1 < 2-x^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -1 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x < -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \begin{cases} 2-x^2 < 1 \\ 2-x^2 > 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases} \end{cases}$$

Do đó hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

Câu 72: (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(|3-x|)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(4;6)$. B. $(-1;2)$. C. $(-\infty;-1)$. D. $(2;3)$.

Lời giải

Ta có:

$$y = f(|3-x|) \Rightarrow f'(|3-x|) = -\frac{(3-x)}{|3-x|} f'(|3-x|) (x \neq 3)$$

$$f'(|3-x|) = 0 \Leftrightarrow -\frac{(3-x)}{|3-x|} f'(|3-x|) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(|3-x|) = 0 \\ 3-x = 0 \end{cases}$$

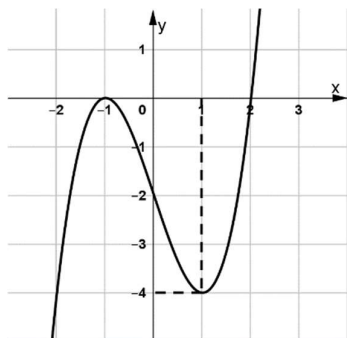
$$\Leftrightarrow \begin{cases} |3-x| = -1(L) \\ |3-x| = 1(N) \\ |3-x| = 4(N) \\ x = 3(L) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu của $f'(|3-x|)$:

x	$-\infty$	-1	2	3	4	7	$+\infty$
$f' 3-x $		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số $y = f(|3-x|)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 73: (THPT MINH CHÂU HƯNG YÊN NĂM 2018 – 2019) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào sai?



- A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$ B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$
 C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$ D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

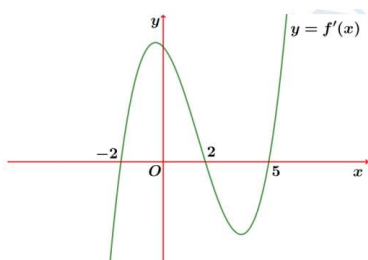
$$\text{Từ đồ thị } f'(x) \text{ ta có } f'(x^2 - 2) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}$$

BBT

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$										

Từ BBT ta thấy đáp án C sai

Câu 74: (GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Hỏi hàm số $g(x) = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-1; +\infty)$ B. $(-\infty; -1)$ C. $(1; 3)$ D. $(0; 2)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \\ x = 5 \end{cases}$

Khi đó $g'(x) = -2f'(3 - 2x)$

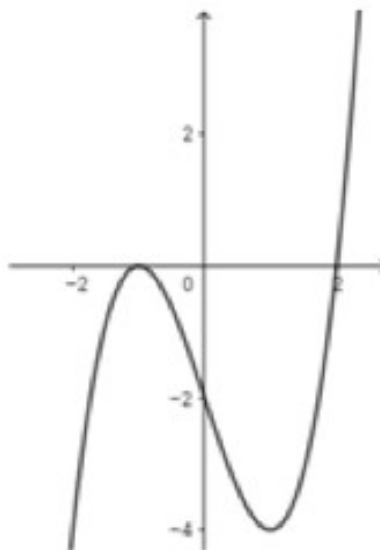
Với $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(3 - 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2x = -2 \\ 3 - 2x = 2 \\ 3 - 2x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -1 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$				
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(-1)$	$\nearrow$	$g\left(\frac{1}{2}\right)$	$\searrow$	$g\left(\frac{5}{2}\right)$	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 75: (THPT CHUYÊN BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ.

Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$.



Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$
- B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$
- C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$
- D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $g(x) = f(x^2 - 2)$

$$g'(x) = f'(x^2 - 2)2x$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Ta có $g'(3) = 6, f'(7) > 0$, $g'(x)$ đổi dấu qua các nghiệm đơn hoặc bội lẻ, không đổi dấu qua các nghiệm bội chẵn nên ta có bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Suy ra đáp án là D.

Câu 76: (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN LẦN 3 NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Ta có: $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$.

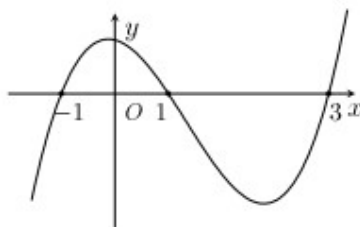
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Ta có bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$2x$	$-$	$ $	$-$	$ $	$+$	$ $	$+$
$f'(x^2 - 2)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu $g'(x)$ ta thấy hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên các khoảng

Câu 77: (CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH LẦN 1 NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên $m \in [-5; 5]$ để hàm số $g(x) = f(x + m)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?



- A. 4. B. 3. C. 6. D. 5.

Lời giải

Ta có $g'(x) = f'(x + m)$. Vì $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $g'(x) = f'(x + m)$ cũng liên tục trên $\mathbb{R}$.

Căn cứ vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy

$$g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x+m) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+m < -1 \\ 1 < x+m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1-m \\ 1-m < x < 3-m \end{cases}.$$

Hàm số $g(x) = f(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq -1-m \\ 3-m \geq 2 \\ 1-m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ 0 \leq m \leq 1 \end{cases}.$$

Mà m là số nguyên thuộc đoạn $[-5;5]$ nên ta có $S = \{-5; -4; -3; 0; 1\}$.

Vậy S có 5 phần tử.

Dạng 8. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số $f(u)+g(x)$ khi biết đồ thị, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$

Câu 78: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+	

Hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } y' = 3[f'(x+2) - (x^2 - 3)]$$

Với $x \in (-1; 0) \Rightarrow x+2 \in (1; 2) \Rightarrow f'(x+2) > 0$, lại có $x^2 - 3 < 0 \Rightarrow y' > 0; \forall x \in (-1; 0)$

Vậy hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Chú ý:

$$+) \text{ Ta xét } x \in (1; 2) \subset (1; +\infty) \Rightarrow x+2 \in (3; 4) \Rightarrow f'(x+2) < 0; x^2 - 3 > 0$$

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ nên loại hai phương án A, D.

$$+) \text{ Tương tự ta xét } x \in (-\infty; -2) \Rightarrow x+2 \in (-\infty; 0) \Rightarrow f'(x+2) < 0; x^2 - 3 > 0 \Rightarrow y' < 0; \forall x \in (-\infty; -2)$$

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ nên loại hai phương án B.

Câu 79: (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	0	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$

Hàm số $y = f(x-1) + x^3 - 12x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(3; 4)$.

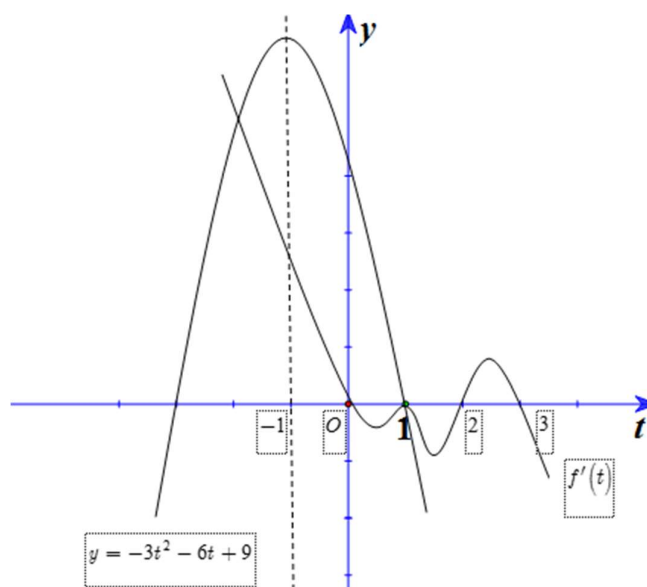
Lời giải

Ta có $y' = f'(x-1) + 3x^2 - 12 = f'(t) + 3t^2 + 6t - 9 = f'(t) - (-3t^2 - 6t + 9)$, với $t = x - 1$

Nghiệm của phương trình $y' = 0$ là hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số

$$y = f'(t); y = -3t^2 - 6t + 9.$$

Vẽ đồ thị của các hàm số $y = f'(t); y = -3t^2 - 6t + 9$ trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ sau:



Dựa vào đồ thị trên, ta có BXD của hàm số $y' = f'(t) - (-3t^2 - 6t + 9)$ như sau: ($t_0 < -1$)

t	$-\infty$	t_0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $t \in (t_0; 1)$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng

$$x \in (1; 2) \subset (t_0 + 1; 1).$$

Câu 80: (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN LẦN 1 NĂM 2018-2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Hàm số $y = 2f(1-x) + \sqrt{x^2+1} - x$ nghịch biến trên những khoảng nào dưới đây

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-3; -2)$.

Lời giải.

$$y' = -2f'(1-x) + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1.$$

$$\text{Có } \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 < 0, \forall x \in (-2; 0).$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	$+\infty$		
$f'(1-x)$		+	0	-	0	+	0	-

$$\Rightarrow -2f'(1-x) < 0, \forall x \in (-2; 0)$$

$$\Rightarrow -2f'(1-x) + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 < 0, \forall x \in (-2; 0).$$

Câu 81: (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NĂM 2018-2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau :

x	$-\infty$	1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+

Hàm số $y = 2f(1-x) + \sqrt{x^2+1} - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-3; -2)$.

Lời giải

$$\text{Ta có : } y' = -2f'(1-x) + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 = -2f'(1-x) + \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\text{Chú ý : } \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

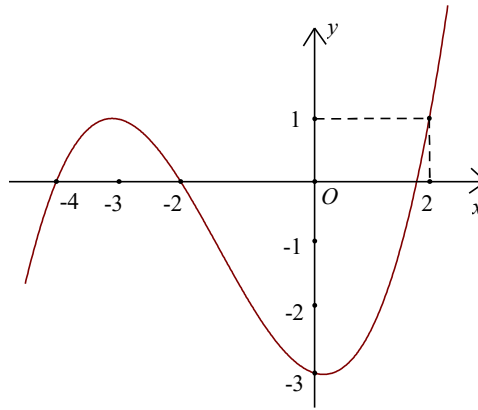
+) Với $x \in (-\infty; 1) \Rightarrow 1-x \in (0; +\infty)$ (loại vì không thể kết luận được)

+) Với $x \in (-\infty; -2) \Rightarrow 1-x \in (3; +\infty)$ (loại vì không thể kết luận được)

+) Với $x \in (-3; -2) \Rightarrow 1-x \in (3; 4)$ (loại vì không thể kết luận được)

+) Với $x \in (-2; 0) \Rightarrow 1-x \in (1; 3) \Rightarrow f'(1-x) \geq 0 \Rightarrow y' < 0$ (thỏa mãn).

Câu 82: (SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Hàm số $y = 3f(x) + x^3 - 6x^2 + 9x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-2; 0)$.

Lời giải

Hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, (a \neq 0)$; $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$.

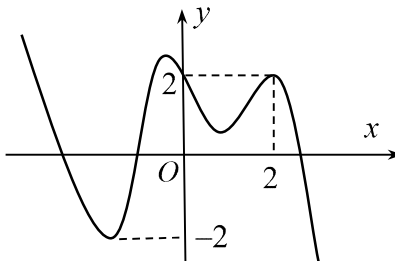
Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua các điểm $(-4; 0), (-2; 0), (0; -3), (2; 1)$ nên ta có:

$$\begin{cases} -256a + 48b - 8c + d = 0 \\ -32a + 12b - 4c + d = 0 \\ d = -3 \\ 32a + 12b + 4c + d = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{96} \\ b = \frac{7}{24} \\ c = -\frac{7}{24} \\ d = -3 \end{cases}$$

Do đó hàm số $y = 3f(x) + x^3 - 6x^2 + 9x; y' = 3(f'(x) + x^2 - 4x + 3) = 3\left(\frac{5}{24}x^3 + \frac{15}{8}x^2 - \frac{55}{12}x + 3\right)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{ . Hàm số đồng biến trên các khoảng } (-11; 0) \text{ và } (2; +\infty) \text{ .}$$

Câu 83: (HỌC MÃI NĂM 2018-2019-LẦN 02) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x) - 2x$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

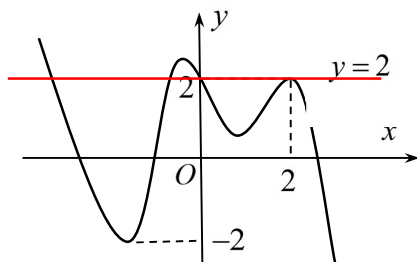
Lời giải

Chọn B

Đặt $g(x) = f(x) - 2x$.

$$\Rightarrow g'(x) = f'(x) - 2.$$

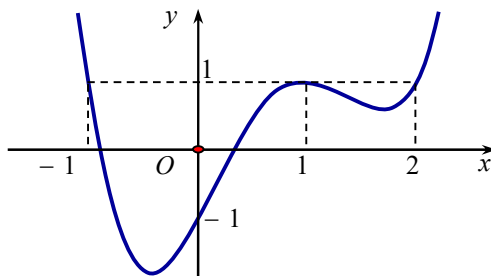
Vẽ đường thẳng $y = 2$.



$\Rightarrow$ phương trình $g'(x) = 0$ có 3 nghiệm bội lẻ.

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = f(x) - 2x$ có 3 điểm cực trị.

Câu 84: (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x-1) + \frac{2019-2018x}{2018}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2; 3)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải

Ta có $g'(x) = f'(x-1) - 1$.

$$g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(x-1) - 1 \geq 0 \Leftrightarrow f'(x-1) \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \leq -1 \\ x-1 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 3 \end{cases}.$$

Từ đó suy ra hàm số $g(x) = f(x-1) + \frac{2019-2018x}{2018}$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 85: (SỞ GD&ĐT NINH BÌNH LẦN 01 NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Hàm số $y = -2f(x) + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-4; 2)$.

B. $(-1; 2)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(2; 4)$.

Lời giải

Xét $y = g(x) = -2f(x) + 2019$.

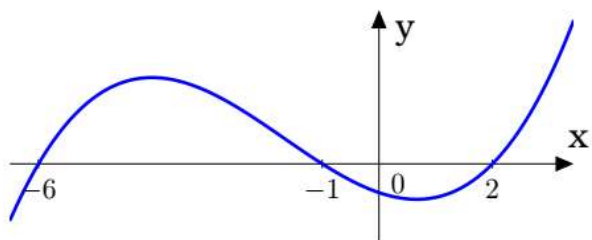
$$\text{Ta có } g'(x) = (-2f(x) + 2019)' = -2f'(x), \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$, ta có bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Câu 86: (GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hàm số $y = f(x)$. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(3 - x^2) + 2018$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1; 0)$

B. $(2; 3)$

C. $(-2; -1)$

D. $(0; 1)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $[f(3 - x^2) + 2018]' = -2x \cdot f'(3 - x^2)$.

$$-2x \cdot f'(3 - x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3 - x^2 = -6 \\ 3 - x^2 = -1 \\ 3 - x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu của đạo hàm hàm số đã cho

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$	
$f'(3-x^2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$-2xf'(3-x^2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$.

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$	
$f'(3-x^2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$-2xf'(3-x^2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$