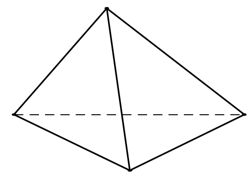
GIẢI CHI TIẾT
ĐỀ THI CUỐI HỌC KÌ 1
THPT CHUYÊN SƯ PHẠM – HÀ NỘI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	**2.C**	**3.A**	**4.C**	**5.A**	**6.D**	**7.A**	**8.C**	**9.B**	**10.A**
11.D	**12.B**	**13.C**	**14.D**	**15.B**	**16.D**	**17.D**	**18.B**	**19.C**	**20.B**



Câu 1: • Dựa vào hình vẽ ta thấy một hình tứ diện có 6 cạnh
Chọn A.

Câu 2: • $C_n^0 + 4C_n^1 - C_n^2 = 1$; Điều kiện: $n \ge 2$

$\Leftrightarrow 1 + 4n - \dfrac{n!}{2!.(n-2)!} = 1$

$\Leftrightarrow 1 + 4n - \dfrac{n(n-1)}{2} = 1$

$\Leftrightarrow n\left(4 - \dfrac{n-1}{2}\right) = 0$

$\Leftrightarrow 4 - \dfrac{n-1}{2}$

$\Leftrightarrow n = 9$ (Thỏa mãn). **Chọn C.**

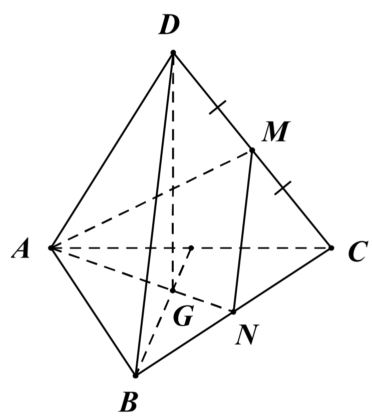
Câu 3:

• Gọi N là trung điểm của BC
$\Rightarrow N \in AG$
$\Rightarrow N \in (AMG)$
$\Rightarrow$ Thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (AMG) là tam giác AMN.

• Ta có: $AM = AN = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; MN = \dfrac{BD}{2} = \dfrac{a}{2}.$

Đặt $p = \dfrac{AM + AN + MN}{2}.$

$\Rightarrow S_{\Delta AMN} = \sqrt{p(p-AM)(p-AN)(p-MN)} = \dfrac{a^2\sqrt{11}}{16}.$



Chọn A.

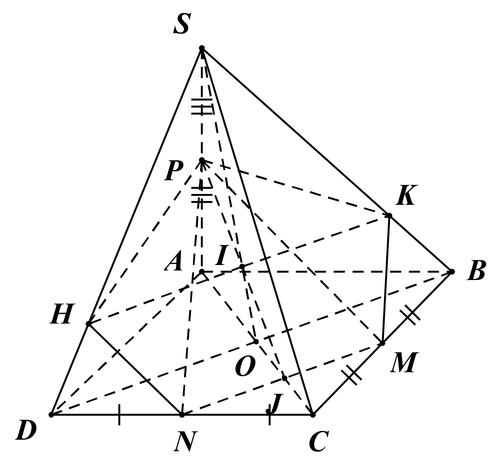
Câu 4: • Khẳng định A sai vì qua hai điểm chỉ xác định được đường thẳng duy nhất.
• Khẳng định B sai vì nếu 3 điểm thẳng hàng thì mặt phẳng không là duy nhất.
• Khẳng định D sai vì nếu 4 điểm thẳng hàng thì mặt phẳng không là duy nhất.
• Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng ta xác định được duy nhất một mặt phẳng đi qua ba điểm đó. Vậy khẳng định C đúng. **Chọn C.**

Câu 5: • Phép vị tự tâm I tỉ số $k \neq 0$ biến đường tròn bán kính R thành đường tròn có bán kính $R' = |k|.R$. **Chọn A.**

Câu 6: • phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v}(2;-1)$ biến điểm $A(2;4)$ thành điểm A'

$\Rightarrow \overrightarrow{AA'} = \vec{v} = (2;-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} - 2 = 2 \\ y_{A'} - 4 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 4 \\ y_{A'} = 3 \end{cases} \Rightarrow A'(4;3)$. **Chọn D.**

Câu 7:



• Gọi O là giao điểm của $AC;BD$.

Gọi J là giao điểm của $AC;MN$.

Gọi I là giao điểm của $PC;SO$.

• Do $SO \subset (SBD)$ nên: $I \in (SBD)$ và $I \in (MNP)$

• Ta có: MN là đường trung bình của tam giác BCD nên: $MN // BD$.

• Qua I kẻ $HK // BD (H \in SD; K \in SB)$

$\Rightarrow HK // MN$

$$\Rightarrow \begin{cases} (MNP) \cap (ABCD) = MN \\ (MNP) \cap (SCD) = HN \\ (MNP) \cap (SBC) = KM \\ (MNP) \cap (SAD) = HP \\ (MNP) \cap (SAB) = PK \end{cases}$$

• Khi đó thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (MNP) là ngũ giác $MNHPK$.

Chọn A.

Câu 8: • $\cos x = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = arccos\dfrac{1}{3} + 2k\pi \\ x = -arccos\dfrac{1}{3} + 2k\pi \end{array} \right. (k \in \mathbb{Z})$.

• Do $x \in [0;3\pi]$ nên: $\left[\begin{array}{l} 0 \le arccos\dfrac{1}{3} + 2k_1\pi \le 3\pi \\ 0 \le -arccos\dfrac{1}{3} + 2k_2\pi \le 3\pi \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -0,19.. \le k_1 \le 1,30.. \\ 0,19.. \le k_1 \le 1,69.. \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k_1 \in \{0;1\} \\ k_2 \in \{1\} \end{array} \right.$

Vậy phương trình có 3 nghiệm trên $[0;3\pi]$. **Chọn C.**

Câu 9: • Xét: $y = \tan x + \cot x$

• ĐKXĐ: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Rightarrow x \neq \dfrac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. **Chọn B.**

Câu 10: • Xác suất sút không thành công trong một lượt của cầu thủ đó là: $\dfrac{4}{7}$.

• Xác suất để cả 2 lần sút của cầu thủ đó đều không thành công là: $\dfrac{4}{7}.\dfrac{4}{7} = \dfrac{16}{49}$.

• Xác suất để trong 2 lần sút có ít nhất một lần thành công là: $P = 1 - \dfrac{16}{49} = \dfrac{33}{49}$. **Chọn A.**

Câu 11: • Ta có: $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. **Chọn D.**

Câu 12: • $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 2$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\sin x + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x = 1$

$\Leftrightarrow \sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = 1$

$\Leftrightarrow x + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi\,(k \in \mathbb{Z})$..

• Do $x \in [0;4\pi] \Leftrightarrow 0 \le \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi \le 4\pi \Leftrightarrow k = 0; k = 1$.

• Khi đó tổng các nghiệm của phương trình trên $[0;4\pi]$ là: $T = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{6} + 2\pi = \dfrac{7\pi}{3}$. **Chọn B.**

Câu 13: • $y = \dfrac{1}{\sqrt{1-\cos x}}$

• Xét: $-1 \le \cos x \le 1 \Leftrightarrow 2 \ge 1 - \cos x \ge 0$

Vậy để hàm số xác định thì $1 - \cos x \ne 0 \Leftrightarrow \cos x \ne 1 \Leftrightarrow x \ne 2k\pi\,(k \in \mathbb{Z})$. **Chọn C.**

Câu 14: • TH1: 1 vàng, 2 đỏ, 1 xanh

+ Số cách lấy từ hộp đó là : $C_1^1.C_3^2.C_6^1 = 18$ cách

• TH2: 1 vàng, 1 đỏ, 2 xanh

+ Số cách lấy từ hộp đó là : $C_1^1.C_3^1.C_6^2 = 45$ cách

+) Vậy tổng số cách là $18 + 45 = 63$ cách . **Chọn D.**

Câu 15: • Số cách chọn ra 3 học sinh từ 12 học sinh là C_{12}^3. **Chọn B.**

Câu 16: • Gọi d' là ảnh của Δ qua phép đối xứng trục Ox.

Ta có $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} \Rightarrow 2x + y - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x' - (-y') - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x' + y' - 3 = 0$. **Chọn D.**

Câu 17: • Ta có $P = 1 - 2.C_{2020}^1 + 2^2C_{2020}^2 - 2^3C_{2020}^3 + ... + 2^{2020}.C_{2020}^{2020}$

+ Xét: $(1+x)^n = C_n^k.1^{n-k}.x^k = C_n^0.1^n.x^0 + C_n^1.1^{n-1}.x^1 + C_n^2.1^{n-2}.x^2 + ... + C_n^n.1^0.x^n$

+ Dựa vào biểu thức P ta dự đoán: $\begin{cases} n = 2020 \\ x = -2 \end{cases}$

$\Rightarrow (1-2)^{2020} = 1 - 2C_{2020}^1 + 2^2C_{2020}^2 - ... + 2^{2020}C_{2020}^{2020} = P \;\Rightarrow\; P = (1-2)^{2020} = 1$. **Chọn D.**

Câu 18: • Ta có $2x^2(4-3x)^7$ có số hạng tổng quát là:

$T_{k+1} = 2\mathrm{x}^2.\left[C_7^k.4^{7-k}.(-3\mathrm{x})^k\right]$

$= 2\mathrm{x}^2.C_7^k.4^{7-k}.(-3)^k.\mathrm{x}^k$

$= 2.C_7^k.4^{7-k}.(-3)^k.\mathrm{x}^{2+k}$

• Hệ số của x^5 ứng với $2 + k = 5 \Leftrightarrow k = 3$

$\Rightarrow T_4 = 2.C_7^3.4^4.(-3)^3.\mathrm{x}^5 = -483840x^5$. **Chọn B.**

Câu 19: • Nếu a song song với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) và a không nằm trên mặt phẳng (α) thì a song song với mặt phẳng (α)

Ví dụ: $AB//CD$ mà $\begin{cases} CD \subset (SCD) \\ AB \not\subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow AB//(SCD)$. **Chọn C.**

Câu 20: • Số cách chọn 4 xe ô tô đi chở khách là C_{15}^4

• Số cách chọn 4 xe và không có xe tốt là C_5^4

+) Vậy xác suất chọn 4 xe mà có ít nhất 1 xe tốt là $1-\dfrac{C_5^4}{C_{15}^4}=\dfrac{272}{273}$. **Chọn B.**

Câu 21: • $\sin^2 x+3\cos 2x=\dfrac{7}{4}$

$\Leftrightarrow \sin^2 x+3\left(1-2\sin^2 x\right)=\dfrac{7}{4}$

$\Leftrightarrow -5\sin^2 x=-\dfrac{5}{4}$

$\Leftrightarrow \sin^2 x=\dfrac{1}{4}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}(1-\cos 2x)=\dfrac{1}{4}$

$$\Leftrightarrow \cos 2x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ 2x=\dfrac{-\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$$

Câu 22: **1)** • Số cách chọn ra 10 bạn từ 25 bạn là tổ hợp chập 10 của 25 phần tử: C_{25}^{10} (cách).

• Số cách chọn ra 10 bạn mà không có học sinh nam là chọn 10 trong 15 bạn nữ là tổ hợp chập 10 của 15 phần tử: C_{15}^{10} (cách).

• Số cách chọn ra 10 bạn mà có ít nhất một học sinh nam là: $C_{25}^{10}-C_{15}^{10}=3265757$ (cách).

2) Xét khai triển $\left(3x+\dfrac{1}{x^3}\right)^{12}$

• Số hạng tổng quát: $T_{k+1}=C_{12}^k.(3x)^k.\left(\dfrac{1}{x^3}\right)^{12-k}=C_{12}^k.3^k.\dfrac{x^k}{x^{36-3k}}=C_{12}^k.3^k.x^{4k-36}$ với $0\le k\le 12$.

• Số hạng không chứa x trong khai triển $\Leftrightarrow 4k-36=0 \Leftrightarrow k=9$ (thỏa mãn).

• Số hạng không chứa x trong khai triển là: $C_{12}^9.3^9=4330260$.

Câu 23: • Có: $m\sin 2x-12\cos 2x=13$

+ Để phương trình có nghiệm $\Rightarrow a^2+b^2\ge c^2$

$\Rightarrow m^2+144\ge 169$

$\Leftrightarrow m^2-25\ge 0$

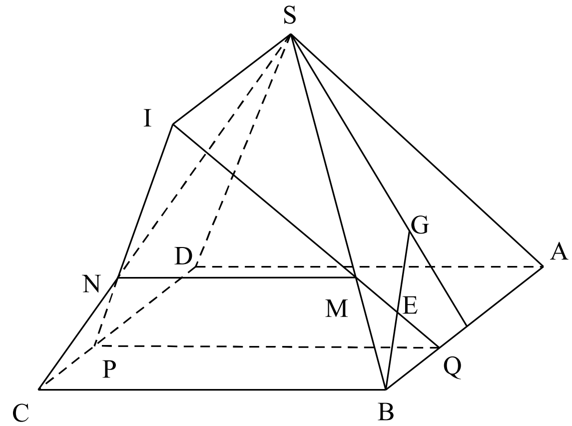
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -5 \\ m\ge 5 \end{array}\right.$

+ Vậy với $m\in(-\infty;-5]\cup[5;+\infty)$ thì phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 24: **1)** $ABCD$ là hình thoi $\Rightarrow AD//BC$. Mà $BC//(P)$, $AD \not\subset (P) \Rightarrow AD//(P)$

• Có: $E \in (P), E \in (SAB) \Rightarrow E = (P) \cap (SAB)$

Mà $(P)//SA \Rightarrow$ Giao tuyến của (P) với (SAB) là đường thẳng đi qua E và song song với SA, cắt SB, BA lần lượt tại M, Q.



• Có: $Q \in (P), Q \in (ABCD) \Rightarrow Q = (P) \cap (ABCD)$

+ Mà $(P)//$BC $\Rightarrow$ Giao tuyến của (P) với $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua Q và song song với BC, cắt CD tại P.

• Có: $M \in (P), M \in (SBC) \Rightarrow M = (P) \cap (SBC)$

Mà $(P)//$BC $\Rightarrow$ Giao tuyến của (P) với (SBC) là đường thẳng đi qua M và song song với BC, cắt SC tại N.

Ta đã xác định được các giao điểm của (P) với SB, SC, CD, BA.

2) • $S \in (SAB), S \in (SCD)$

$\Rightarrow$ S thuộc vào giao tuyến của (SAB) và (SCD)

+ Mà $AB//CD$ ($ABCD$ là hình thoi).

+ Kẻ $Sx//AB//CD \Rightarrow Sx = (SAB) \cap (SCD)$. Vậy Sx là giao tuyến.

• Do $S.ABCD$ cố định $\Rightarrow (SAB), (SCD)$ cố định $\Rightarrow Sx$ cố định.

Có: $I \in MQ \Rightarrow I \in (SAB)$; $I \in NP \Rightarrow I \in (SCD)$

$\Rightarrow I$ thuộc vào giao tuyến của (SAB) và (SCD) hay $I \in Sx$

$\Rightarrow I$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi E thay đổi trên BG.

3)

• Có: $MQ//SA$; $PQ//AD$; MQ, PQ là hai đường thẳng cắt nhau trong $(MNPQ)$;

SA, AD là hai đường thẳng cắt nhau trong (SAD)

$\Rightarrow (MNPQ)//(SAD)$

+ $NP = (MNPQ) \cap (SCD)$; $SD = (SAD) \cap (SCD) \Rightarrow NP//SD \Rightarrow PI//SD$

• Mà $SI//PD \Rightarrow SIPD$ là hình bình hành $\Rightarrow IP = SD$.

Tương tự thì: $IQ = SA$.

ΔSAB và ΔSCD là hai tam giác đều có $AB = CD = a \Rightarrow SD = SA = a$

$\Rightarrow IP = IQ = a$.

$PQ//AD, PD//AQ \Rightarrow PDAQ$ là hình bình hành $\Rightarrow PQ = AD = a$

$\Rightarrow IP = IQ = PQ = a \Rightarrow \Delta IPQ$ là tam giác đều.

$\Rightarrow S_{IPQ} = \dfrac{IP.IQ.\sin 60^\circ}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.