GIẢI CHI TIẾT
ĐỀ THI CUỐI HỌC KÌ 1
THPT CHUYÊN AMSTERDAM – HÀ NỘI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	**2.C**	**3.C**	**4.B**	**5.A**	**6.D**	**7.A**	**8.B**	**9.C**	**10.B**
11.D	**12.C**	**13.B**	**14.A**	**15.D**	**16.B**				

Câu 1: • Tập xác định: $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}\left(k \in \mathbb{Z}\right)$. **Chọn A.**

Câu 2: • Giả sử phép vị tự tâm I tỉ số $k = 2$ biến điểm A thành A_1 $\Rightarrow \overrightarrow{IA_1} = 2\overrightarrow{IA}$

Sau đó ta thực hiện phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$ biến điểm A_1 thành điểm A_2

$\Rightarrow A_2 \equiv A$. Vậy thực hiện 2 phép vị tự liên tiếp với tỉ số là số đối nhau không được gọi là phép dời hình. **Chọn C.**

Câu 3: • Số cách xếp hàng nam: 15!. Số cách xếp hàng nữ: 15!. Hai hàng này có thể đổi vị trí cho nhau $\Rightarrow$ Số cách xếp: $2.(15!)^2$. **Chọn C.**

Câu 4: • $\overrightarrow{OA'} = -2\overrightarrow{OA} \Rightarrow \begin{cases} x' = -2.1 = -2 \\ y' = -2.3 = -6 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 5: • 3 điểm không thẳng hàng tạo thành 1 tam giác:

+ TH1: Lấy 3 trong 14 điểm không thẳng hàng: C_{14}^3

+ TH2: Lấy 1 trong 14 điểm không thẳng hàng và 2 trong 5 điểm thẳng hàng: $C_{14}^1.C_5^2$

+ TH3: Lấy 2 trong 14 điểm không thẳng hàng và 1 trong 5 điểm thẳng hàng: $C_{14}^2.C_5^1$

$\Rightarrow$ Số tam giác là: $C_{14}^3 + C_{14}^1.C_5^2 + C_{14}^2.C_5^1 = 959$. **Chọn A.**

Câu 6: • $\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{11}$ có Số hạng tổng quát: $T_{k+1} = C_{11}^k.x^{2k}.\frac{3^{11-k}}{x^{11-k}} = C_{11}^k.x^{3k-11}.3^{11-k}$

• Số hạng chứa $x^7 \Leftrightarrow 3k - 11 = 7 \Leftrightarrow k = 6$ $\Rightarrow$ Hệ số: $C_{11}^6.3^5 = C_{11}^5.3^5$. **Chọn D.**

Câu 7: • $A_x^2 - C_{x+1}^{x-1} = 5$; Điều kiện: $x \geq 2$

$\Leftrightarrow \frac{x!}{(x-2)!} - \frac{(x+1)!}{(x-1)!.(x+1-x+1)!} = 5$

$\Leftrightarrow 2x(x-1) - (x+1).x - 10 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = 5$.(Thỏa mãn). **Chọn A.**

Câu 8: • Số có 3 chữ số có dạng: $\overline{abc}$

Một số chia hết cho 5 khi chữ số tận cùng là 0 hoặc 5

+ $c = 0 \Rightarrow a$ có 7 cách chọn, b có 6 cách chọn: $7.6 = 42$ cách.

+ $c = 5 \Rightarrow a$ có 6 cách chọn, b có 6 cách chọn: $6.6 = 36$ cách.

Số cách: $42 + 36 = 78$ cách. **Chọn B.**

Câu 9: • Ta có: $C_n^0 - 2C_n^1 + 4C_n^2 + ... + (-2)^n C_n^n = (1-2)^n = (-1)^n$.

• Vậy mệnh đề C sai. **Chọn C.**

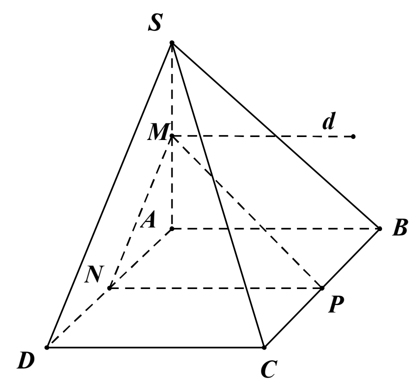
Câu 10: • Do hai biến cố A và B độc lập với nhau nên xác suất để xảy ra đồng thời cả 2 biến cố là: $P = 0,25.0,5 = 0,125$. **Chọn B.**

Câu 11: • Trong không gian, vị trí tương đối của hai đường thẳng có 3 trường hợp:

- Cắt nhau khi có giao điểm chung.
- Song song hoặc chéo nhau khi không có giao điểm chung.
- Trùng nhau khi có lớn hơn hoặc bằng 2 giao điểm chung.

• Vậy khẳng định D đúng. **Chọn D.**

Câu 12:



• Do $\begin{cases} M \in (SAB) \\ M \in (MNP) \end{cases}$ nên M thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP)

• Ta có: N, P lần lượt là trung điểm của AD, BC nên:

NP là đường trung bình của hình thang $ABCD$.

$\Rightarrow NP // AB$.

• Kẻ $Md // AB \Rightarrow Md // NP$

$\Rightarrow \begin{cases} Md \subset (SAB) \\ Md \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow Md = (SAB) \cap (MNP)$. **Chọn C.**

Câu 13: • Số phần tử của không gian mẫu là số cách rút ra 3 tấm thẻ từ 100 tấm thẻ là: C_{100}^3.

• Gọi A là biến cố tổng của 3 tấm thẻ là số chẵn.

• Gọi 3 tấm thẻ được rút ra có số là: a, b, c và $a + b + c \,\vdots\, 2$. Khi đó ta có:

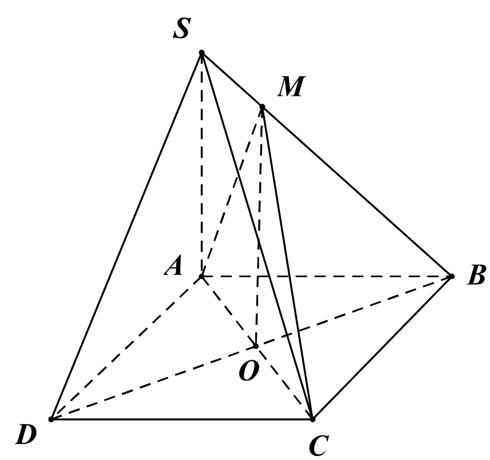
TH1: a, b, c cùng chẵn. Số cách chọn ra 3 số chẵn trong 50 số là: C_{50}^3.

TH2: Một số chẵn, hai số lẻ. Số cách chọn ra 3 số là: $C_{50}^1.C_{50}^2$.

• Khi đó xác suất để tổng các số ghi trên 3 tấm thẻ là số chia hết cho 2 là:

$P(A) = \dfrac{C_{50}^1.C_{50}^2 + C_{50}^3}{C_{100}^3} = \dfrac{1}{2}$. **Chọn B.**

Câu 14:



• Ta có:

$\begin{cases} O \in AC; O \in BD \\ M \in SB \end{cases} \Rightarrow OM = (MAC) \cap (SBD)$.

$\Rightarrow OM; SD$ cắt nhau(do hai đường thẳng không song song vì $\dfrac{BM}{BS} \neq \dfrac{BO}{BD}$.

$\Rightarrow$ giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (ACM) nằm trên đường thẳng OM.

Chọn A.

Câu 15:

• Ta có: Kẻ $MN//AB\left(N\in SB\right);MP//AC\left(P\in SC\right)$.

• Qua P kẻ: $PQ//DC\left(Q\in SD\right)$.

• Khi đó ta có: $DC//AB//MN$ nê

$\Rightarrow MN//PQ$

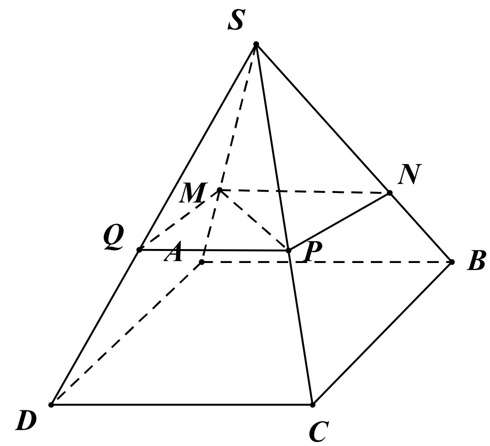
$\Rightarrow Q\in\left(MNP\right)$

• Khi đó thiết diện tạo bởi (P) chính là tứ giác: $MNPQ$.

Mà $ABCD$ là hình vuông nên: $MNPQ$ cũng là hình vuông có độ dài cạnh MN là:

$\frac{MN}{AB}=\frac{SM}{SA}=\frac{2}{3}\Rightarrow MN=\frac{2AB}{3}=\frac{40}{3}$.

$\Rightarrow S_{MNPQ}=MN^2=\frac{1600}{9}\left(cm^2\right)$. **Chọn D.**



Câu 16: • Ta có: $(\cos x-1)(\sin^2 x+\sin x+m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x-1=0\\ \sin^2 x+\sin x+m=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=1(1)\\ \sin^2 x+\sin x+m=0(2)\end{array}\right.$.

• Do phương trình (1) có 2 nghiệm trên $[0;2\pi]$ nên để phương trình ban đầu có 6 nghiệm thì phương trình (2) phải có 4 nghiệm trên đoạn $[0;2\pi]$.

• Đặt $\sin x=t,$ ta có nhận xét sau:

+ Với $|t|>1$, phương trình $\sin x=t$ vô nghiệm trên $[0;2\pi]$.

+ Với $|t|=1$, phương trình $\sin x=t$ có 1 nghiệm trên $[0;2\pi]$.

+ Với $|t|<1$, phương trình $\sin x=t$ có 2 nghiệm trên $[0;2\pi]$.

• Khi đó để phương trình (2) phải có 4 nghiệm trên đoạn $[0;2\pi]$ thì:

• Phương trình: $t^2+t+m=0$ có 2 nghiệm thỏa mãn $-1<t_1,t_2<1$.

$\Rightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ -2<t_1+t_2<2\\ \left(t_1+1\right)\left(t_2+1\right)>0\\ \left(t_1-1\right)\left(t_2-1\right)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-4m>0\\ -2<-1<2\\ m-1+1>0\\ m+1+1>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<\frac{1}{4}.\Rightarrow a=0;b=\frac{1}{4}\Rightarrow a+b=0+\frac{1}{4}=0,25.$ **Chọn B.**

Câu 17: • Ta có: $\sqrt{3}\cos^2 x+\sin 2x-\sqrt{3}\sin^2 x=1$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\cos^2 x-\sqrt{3}\sin^2 x+\sin 2x=1$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\cos 2x+\sin 2x=1$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}\sin 2x=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \sin\frac{\pi}{3}\cos 2x+\cos\frac{\pi}{3}\sin 2x=\sin\frac{\pi}{6}$

$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3}+2x\right)=\sin\frac{\pi}{6}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ 2x+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right.$

Câu 18: **1)** •Ta có $(x+2)^n=a_o+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$

+ Ta có $a_5=C_n^5.2^{n-5}$; $a_6=C_n^6.2^{n-6}$

• Mà $a_5:a_6=12:7$

$\Leftrightarrow \frac{C_n^5.2^{n-5}}{C_n^6.2^{n-6}}=\frac{12}{7} \Leftrightarrow \frac{2.6}{n-5}=\frac{12}{7} \Leftrightarrow n=12$

2) • Số cách lấy bi của bình là : C_{18}^1

• Số cách lấy bi của An là : C_{17}^1

$\Rightarrow$ Số cách lấy bi của 2 bạn là : $C_{17}^1.C_{18}^1=306$ cách

• Để 2 bạn lấy được bi cùng màu, ta chia thành 2 TH

+ Số cách lấy bi cùng màu xanh là $C_9^1.C_{10}^1=90$

+ Số cách lấy bi cùng màu đỏ là $C_8^1.C_7^1=56$

$\Rightarrow P=\frac{90+56}{306}=\frac{73}{153}$

Câu 19: **1)** • Ta có $MN//BC//AD$

$\Rightarrow MN//(SBC)$ và $MN//(SAD)$

2) • $SB//PM \Rightarrow SB//(MNP)$

• Q là trung điểm của SD,

$SC//NQ \Rightarrow SC//(MNP)$

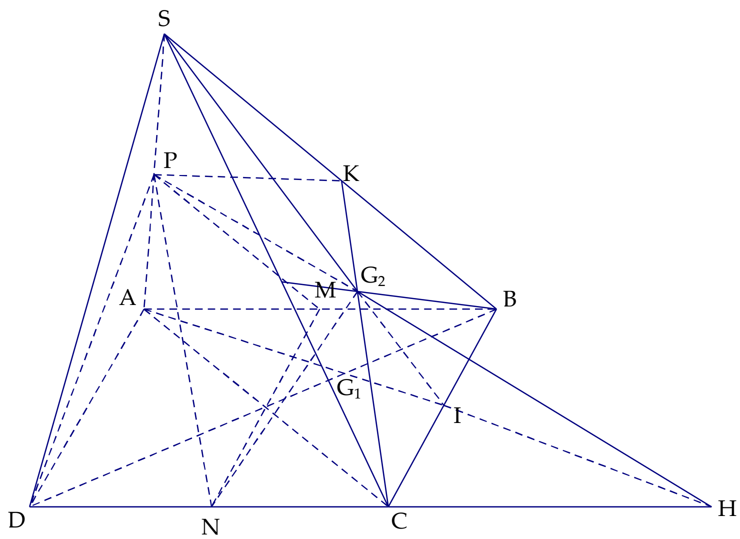
3) • Ta có $\frac{IG_1}{IA}=\frac{IG_2}{IS} \Rightarrow G_1G_2//SA$

+ Mà $G_1G_2 \notin (SAC) \Rightarrow GG_1//(SAC)$

4) • Do $P, G_2 \in (SAI)$. Gọi

$H = PG_2 \cap AI$

• Áp dụng định lý menelaus vào tam giác SAI ta có



$\frac{PS}{PA}.\frac{HA}{HI}.\frac{G_2I}{G_2S}=1 \Rightarrow 1.\frac{HA}{HI}.\frac{1}{2}=1 \Leftrightarrow \frac{HA}{HI}=2 \Leftrightarrow HI=AI$

+ Mà $BI=IC \Rightarrow AB//CH \Rightarrow D, C, H$ thẳng hàng

• Gọi $K = CG_2 \cap SB$

$\Rightarrow$ Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (PNG_2) là tứ giác $PKCD$