

GIẢI ĐỀ SỐ 2 – THPT VIỆT ĐỨC

ĐỀ THI CUỐI HK1

THPT VIỆT ĐỨC – HÀ NỘI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.B	4.A	5.A	6.C	7.D	8.A	9.A	10.D
11.C	12.C	13.B	14.A	15.D	16.A	17.B	18.B	19.A	20.A
21.C	22.C	23.C	24.A	25.C	26.C	27.D	28.D	29.A	30.C
31.D	32.C	33.D	34.A	35.C	36.B	37.A	38.A	39.D	40.A
41.B	42.D	43.C	44.B	45.C	46.B	47.A	48.C	49.B	50.B

- Câu 1:**
- Ta có: $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.
 - Để hàm số nghịch biến trên toàn \mathbb{R} thì khi đó ta có:
 $y' \leq 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.
 - Khi đó ta có: $\begin{cases} -3 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 3(4m + 9) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 12m + 27 \leq 0 \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3$.
 - Khi đó có tất cả 7 giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Chọn B.

- Câu 2:**
- Số tiền người đó có được sau tháng thứ n là: $T_n = 100(1 + 0,5\%)^n$. (triệu đồng)
 - Sau tháng thứ n người đó có nhiều hơn 125 triệu nên:
 $T_n \geq 125 \Leftrightarrow 100(1 + 0,5\%)^n \geq 125 \Leftrightarrow (1 + 0,5\%)^n \geq 1,25 \Leftrightarrow n \geq \log_{1+0,5\%} 1,25 \Leftrightarrow n \geq 44,74\dots$
 - Mà n là số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình trên nên:
 $n = 45$. **Chọn C.**

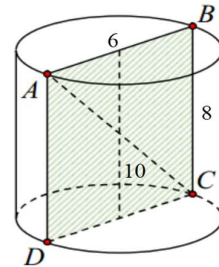
- Câu 3:** Ta có: $5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x+1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$. **Chọn B.**

Câu 4:

- Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có độ dài 2 cạnh lần lượt là 8cm, 6cm

- Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục của hình trụ là:
 $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10(\text{cm})$.

Chọn A.



- Câu 5:** ĐKXĐ: $\begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

- Ta có:

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow x+1 > 2x-1 \Leftrightarrow x < 2.$$

- Khi đó tập nghiệm S của bất phương trình là: $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. **Chọn A.**

Câu 6: • Lý thuyết: Hàm số $y = a^x$

Nếu cơ số $a > 1 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên \mathbb{R}

Nếu cơ số $0 < a < 1 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R}

• Ta có: $y = 2^x \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{1-x} = 2^x \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^x = \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^x$.

• Do cơ số $\frac{10}{3} > 1$ nên hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} . **Chọn C.**

Câu 7: **Cách 1:** Ta có: $M = \left(\frac{a^{\sqrt{3}}}{b^{\sqrt{3}-1}}\right)^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{a^{-1-\sqrt{3}}}{b^{-2}} = \frac{a^{3+\sqrt{3}}}{b^2} \cdot \frac{a^{-1-\sqrt{3}}}{b^{-2}} = \frac{a^{3+\sqrt{3}-1-\sqrt{3}}}{b^{2-2}} = a^2$.

Cách 2: Thay $a = 2, b = 3$ dùng máy tính cầm tay bấm ra kết quả được 4

$\Rightarrow 4 = 2^2 = a^2$. **Chọn D.**

Câu 8: • Hàm số lũy thừa x^α

Nếu α nguyên dương \Rightarrow TXĐ là \mathbb{R}

Nếu α nguyên âm $\Rightarrow x \neq 0$

Nếu α không nguyên $\Rightarrow x > 0$

• Vì $\frac{-3}{5}$ không nguyên

$\Rightarrow 2 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x^2 < 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$. **Chọn A.**

Câu 9: **Cách 1:** Ta có: $\log_{1000} 81 = \log_{10^3} 3^4 = \frac{4}{3} \log_{10} 3 = \frac{4m}{3}$.

Cách 2: Thay $m = \log 3$ vào 4 đáp án

Thử đáp án A: $\log_{1000} 81 = \frac{4}{3} \log 3 = \log_{1000} 81 - \frac{4}{3} \log 3 = 0$ **Chọn A.**

Câu 10: • Ta có: $2^x = 7 \Leftrightarrow \log_2(2^x) = \log_2 7 \Leftrightarrow x = \log_2 7$. **Chọn D.**

Câu 11. Cách 1: Tự luận

• $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = \log_{3^3} \left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3$
 $= \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)$
 $= \log_3(\sqrt{x}) - \log_3(y)$
 $= \log_3 \left(x^{\frac{1}{2}}\right) - \log_3(y) = \frac{1}{2}a - b = \frac{a-2b}{2}$.

Cách 2: Trắc nghiệm

• Vì x, y dương \Rightarrow Chọn $x = 1, y = 3 \Rightarrow \begin{cases} a = \log_3 1 = 0 \\ b = \log_3 3 = 1 \end{cases}$ (Quan trọng là chọn x, y khác)

• Thay vào đáp án C: $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{1}}{3}\right)^3 = \frac{0-2 \cdot 1}{2} \Leftrightarrow -1 = -1$ (Luôn đúng). **Chọn C.**

Câu 12. • $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}$. **Chọn C.**

Câu 13. • $\log_{\frac{1}{2}}(x^3 - 2x^2 - 3x + 4) + \log_2(x - 1) = 0$

$$\bullet \text{ Điều kiện: } \begin{cases} x^3 - 2x^2 - 3x + 4 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{17}}{2} < x < 1 \\ x > \frac{1 + \sqrt{17}}{2} \Rightarrow x > \frac{1 + \sqrt{17}}{2} (\approx 2,56) \\ x > 1 \end{cases}$$

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \log_{2^{-1}}(x^3 - 2x^2 - 3x + 4) + \log_2(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^3 - 2x^2 - 3x + 4) = \log_2(x - 1)$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 3x + 4 = x - 1 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(L) \\ x = \frac{1 + \sqrt{21}}{2} (TM) \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{21}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{21}}{2} (L) \end{cases}$$

• Vậy phương trình có đúng 1 nghiệm thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 14. • $(2 + \sqrt{3})^{\frac{x-3}{x-1}} < (2 - \sqrt{3})^{\frac{x-1}{x-3}}$

$$\Leftrightarrow (2 + \sqrt{3})^{\frac{x-3}{x-1}} < (2 + \sqrt{3})^{\frac{x-1}{x-3}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-3}{x-1} < \frac{1-x}{x-3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-3}{x-1} - \frac{1-x}{x-3} < 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 8x + 10}{(x-1)(x-3)} < 0$$

$$\text{Vì } 2x^2 - 8x + 10 > 0 \forall x$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-3) < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 15. • $\log_{25}(x+1) = 0,5$ (ĐK: $x > -1$)

$$\Leftrightarrow x+1 = 25^{0,5} = 5 \Leftrightarrow x = 4. \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 16. Xét $y = x^4 + 2x^3 - 2019$

$$\bullet y' = 4x^3 + 6x^2$$

$$\bullet y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 6x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(4x+6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (kép)} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy hàm số có 1 điểm cực trị. **Chọn A.**

Câu 17. • $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$; ĐK: $x > 1$)

$$\Leftrightarrow \log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = \log_3 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3(2x+1) = \log_3(3x-3)$$

$$\Leftrightarrow 2x+1 = 3x-3 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (tm)}. \text{ **Chọn B.**}$$

Câu 18. • Dựa vào đồ thị hàm số ta có:

+ TCN: $y = 1$ nên loại A, C.

+ Theo chiều từ trái sang phải đồ thị đi lên

\Rightarrow Hàm số đồng biến

$\Rightarrow y' > 0 \forall x \neq 1$

• Xét đáp án D: $y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0$ nên loại D. **Chọn B.**

Câu 19. • Gọi I là trung điểm BC $\Rightarrow IC = \frac{1}{2}BC = \frac{R\sqrt{3}}{2}$

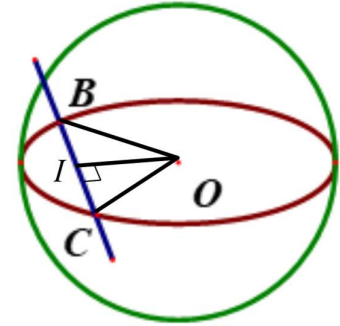
• Vì tam giác OBC cân tại O $\Rightarrow OI \perp BC \Rightarrow d(O, BC) = OI$

• Xét tam giác OIC vuông tại I

$$\Rightarrow OI = \sqrt{OC^2 - IC^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{R}{2}$$

• $d(O, (d)) = OI = \frac{R}{2}$.

Chọn A.



Câu 20. • Công thức tính diện tích mặt cầu là: $S = 4\pi R^2$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = (2)^2 = 4. \text{ Chọn A.}$$

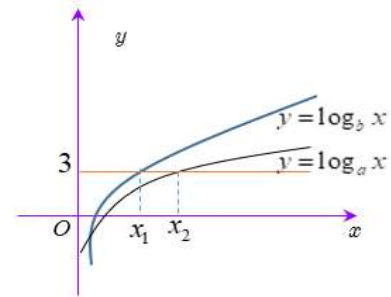
Câu 21: • Đường thẳng $y = 3$ cắt $y = \log_a x$

$$\Rightarrow 3 = \log_a x \Leftrightarrow x = a^3 \Rightarrow x_2 = a^3$$

• Đường thẳng $y = 3$ cắt $y = \log_b x$

$$\Rightarrow 3 = \log_b x \Leftrightarrow x = b^3 \Rightarrow x_1 = b^3$$

$$\text{• Mà } x_2 = 2x_1 \Leftrightarrow a^3 = 2b^3 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^3 = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \sqrt[3]{2}.$$



Chọn C.

Câu 22: • Đồ thị hàm số có hình dạng của hàm số bậc 4 hoặc hàm số $f(|x|) \Rightarrow$ Loại đáp án B

• Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; -3)$

Thử đáp án C: $x = 2 \Rightarrow y = |2^3| - 3 \cdot 2^2 + 1 = -3$ (Đúng). **Chọn C**

Câu 23.

$$\text{• } SA \perp (ABC) \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC}$$

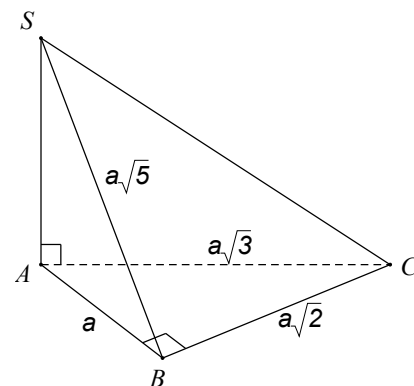
$$\text{• } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$$

• Xét tam giác SAB vuông tại A

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - a^2} = 2a$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Chọn C.



Câu 24: • Chiều cao hình hộp là: $h = \frac{V}{S} = \frac{V}{a^2}$

• Vì hình hộp có 2 mặt đáy là hình vuông và 4 mặt bao quanh là hình chữ nhật nên diện tích toàn phần hình hộp là:

$$S_p = 2a^2 + 4.a.\frac{V}{a^2} = 2a^2 + 4\frac{V}{a}. \text{ Chọn } \underline{\mathbf{A}}.$$

Câu 25:

• Kẻ $AI \perp (O)$

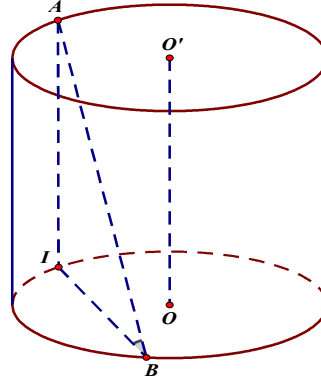
$$\Rightarrow AI // OO'$$

$$\Rightarrow (\widehat{AB, OO'}) = (\widehat{AB, AI}) = \widehat{BAI} = \alpha$$

• Xét tam giác AIB vuông tại I:

$$\cos \alpha = \frac{AI}{AB} = \frac{\frac{R\sqrt{6}}{2}}{R\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

Chọn C.



Câu 26: • $y = e^x \log(x^2 + 1)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y' &= [e^x \log(x^2 + 1)]' \\ &= e^x \log(x^2 + 1) + e^x \cdot \frac{2x}{\ln 10(x^2 + 1)} \end{aligned}$$

$$= e^x \left[\log(x^2 + 1) + \frac{2x}{\ln 10(x^2 + 1)} \right]$$

Chọn C.

Câu 27: • Đường sinh của hình nón là: $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$

• Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l = \pi.a.a\sqrt{2} = \pi a^2 \sqrt{2}$

Chọn D.

Câu 28: • $y = 2x + \ln(1 - 2x)$ (Điều kiện: $x < \frac{1}{2}$)

$$+ \text{TXĐ: } D = \left(-\infty; \frac{1}{2} \right)$$

\Rightarrow Hàm số liên tục trên đoạn $[-1; 0]$

• Ta có $y' = 2 - \frac{2}{1-2x} = 0 \Leftrightarrow x = 0 (TM)$

$$\Rightarrow \begin{cases} y(-1) = -2 + \ln 3 \\ y(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Max} y = 0 \\ \text{Min} y = -2 + \ln 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow \text{Max} + \text{Min} = -2 + \ln 3$. Chọn D.

Câu 29: • $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$

$$\Leftrightarrow 5 \cdot 5^x > \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow 5^x > \frac{1}{25}$$

$$\Leftrightarrow x > \log_5 \frac{1}{25} = -2. \text{ Chọn } \underline{\mathbf{A}}.$$

Câu 30: • $2^x + 2^{x+1} = 3^x + 3^{x+1}$

$$\Leftrightarrow (1+2) \cdot 2^x = (1+3) \cdot 3^x$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2^x = 4 \cdot 3^x$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x = 4$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \log_{\frac{2}{3}} \frac{4}{3} = \log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{4}. \text{ Chọn } \underline{\mathbf{C}}.$$

Câu 31: • Do đồ thị hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành (Ox) tại 4 điểm phân biệt biệt và đổi dấu qua 4 vị trí đó \Rightarrow Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị. **Chọn** **D**.

Câu 32: Cho $R = 1$

• Ta có $OO_1 = OA^2 - AO_1^2 = \sqrt{1-r^2}$

$$\Rightarrow V_{\text{khối trụ}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{1-r^2} \cdot r^2$$

Xét hàm số: $f(r) = 2\pi \sqrt{1-r^2} \cdot r^2$

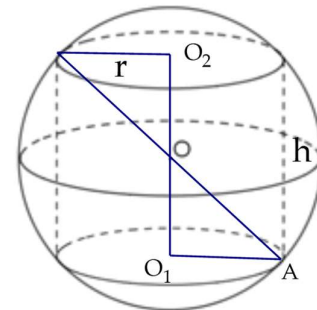
+ TXĐ: $D = (0; 1]$

$$+ f'(r) = 4\pi r \cdot \sqrt{1-r^2} + 2\pi r^2 \cdot \frac{-2r}{2\sqrt{1-r^2}}$$

$$= 4\pi r \cdot \sqrt{1-r^2} + \frac{-2\pi r^3}{\sqrt{1-r^2}}$$

$$= \frac{4\pi r \cdot (1-r^2) - 2\pi r^3}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{-6\pi r^3 + 4\pi r}{\sqrt{1-r^2}}$$

$$+ \text{Cho } f'(r) = 0 \Leftrightarrow -6\pi r^3 + 4\pi r = 0 \Leftrightarrow -3r^3 + 2r = 0 \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3}. \text{ Chọn } \underline{\mathbf{C}}.$$



Câu 33: • Ta có $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} (6^{x+1} - 36^x) = -2$ (Điều kiện: $6^{x+1} - 36^x > 0$)

$$\Leftrightarrow 6 \cdot 6^x - (6^x)^2 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 6^x = 5 \\ 6^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_6 5 \\ x = 0 \end{cases}$$

Thử lại điều kiện:

$$x = \log_6 5 \Rightarrow 6^{x+1} - 36^x = 5 > 0 \text{ (Thỏa mãn)}$$

$$x = 0 \Rightarrow 6^{x+1} - 36^x = 5 > 0 \text{ (Thỏa mãn)}$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình bằng 0. **Chọn** **D**.

Câu 34: • Xét ΔABC có:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\Leftrightarrow 6^2 + 8^2 = 10^2 \text{ (luôn đúng)}$$

$\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B (pitago đảo)

$\Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác nội tiếp chắn nửa đường tròn

$\Rightarrow AC$ là đường kính của đường tròn

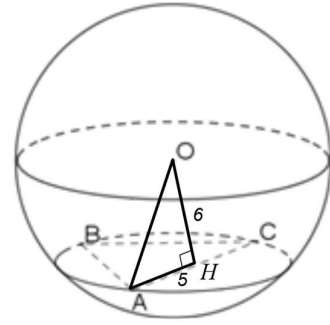
• Dụng $OH \perp AC$ (H trùng với trung điểm của AC)

$$\Rightarrow d(O, (P)) = OH = 6$$

• Xét tam giác OHA vuông tại H

$$OA^2 = OH^2 + AH^2 = 6^2 + 5^2 = 61 \Rightarrow R = \sqrt{61}$$

\Rightarrow Đường kính của mặt cầu bằng $2R = 2\sqrt{61}$. **Chọn A.**



Câu 35: • Ta có $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1 \Rightarrow y' = \frac{2x}{x^2 + 1} - m$

• Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow y' \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{x^2 + 1} \geq m \Rightarrow m \leq \min g(x)$

+ Đặt $g(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

+ Có: $g'(x) = \frac{2x^2 + 2 - 4x^2}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-2x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

+ Ta có BBT:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	0	-
$g(x)$	0			1	0

↘
↗
↘

$\Rightarrow \min g(x) = -1 \Rightarrow m \leq -1$. **Chọn C.**

Câu 36: • Gọi $r = x(m)$ là bán kính của hình trụ ($x > 0$)

Ta có $V = \pi x^2 h \Leftrightarrow 16\pi = \pi x^2 h \Leftrightarrow h = \frac{16}{x^2}$

• Diện tích toàn phần của hình trụ là $S = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi x^2 + \frac{32\pi}{x} = 2\pi x^2 + \frac{16\pi}{x} + \frac{16\pi}{x}$

+ Áp dụng BĐT Cô Si cho 3 số dương $2\pi x^2; \frac{16\pi}{x}; \frac{16\pi}{x}$ ta có

$$S(x) = 2\pi x^2 + \frac{32\pi}{x} = 2\pi x^2 + \frac{16\pi}{x} + \frac{16\pi}{x} \geq 3\sqrt[3]{2\pi x^2 \cdot \frac{16\pi}{x} \cdot \frac{16\pi}{x}} = 24\pi$$

+ Dấu "=" xảy ra khi $2\pi x^2 = \frac{16\pi}{x} \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2$.

• **Chú ý:** Hoặc tìm Min bằng chức năng Mode + 7: Nhập $f(x) = 2\pi x^2 + \frac{32\pi}{x}$

chạy thông số **Start** = 0; **End** = 3, **Step** = $\frac{3}{19}$ (Chọn End = 3 vì 4 đáp án không có đáp án nào vượt quá 3) $\Rightarrow \text{Min} \approx 75,449$ đạt tại $x \approx 2$. **Chọn B.**

Câu 37: • $[\log(10x)]^2 - 3\log(100x) = -5$. (Điều kiện: $x > 0$)

$$\Leftrightarrow [\log(10x)]^2 - 3(\log 10 + \log 10x) = -5$$

$$\Leftrightarrow [\log(10x)]^2 - 3\log(10x) + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log 10x = 1 \\ \log 10x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = 1 + 10 = 11. \text{ Chọn } \underline{\mathbf{A}}.$$

Câu 38: • $4^x - 2m \cdot 2^x + m + 2 = 0$ (*)

+ Đặt $2^x = t$ ($t > 0$)

$$\Rightarrow t^2 - 2mt + m + 2 = 0 \quad (1)$$

• Để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 \cdot t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \\ m > 0 \\ m > -2 \end{cases} \Rightarrow m > 2. \text{ Chọn } \underline{\mathbf{A}}.$$

Câu 39: • $y = \frac{x-3}{x-2}$

$$+ \text{ Ta có } y' = \frac{1}{(x-2)^2}$$

$$+ y'(1) = 1$$

$$+ y(1) = 2$$

\Rightarrow Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ là $x=1$ là: $y = (x-1) + 2 = x + 1$

• Tiếp tuyến cắt 2 trục tọa độ Ox, Oy tại $A(0;1); B(-1;0)$

$$\Rightarrow S_{AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2}. \text{ Chọn } \underline{\mathbf{D}}.$$

Câu 40: • Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $BC \Rightarrow AH \perp (BCC'B')$

$$\Rightarrow \widehat{(AC', (BCC'B'))} = \widehat{HC'A} = 30^\circ$$

+ ΔABC vuông tại A : $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a$

+ Ta có: $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

+ Xét ΔAHC vuông tại H :

$$\sin 30^\circ = \frac{AH}{AC'} \Leftrightarrow AC' = \frac{a\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} = a\sqrt{3}$$

+ Xét $\Delta AA'C'$ vuông tại C' :

$$AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = a\sqrt{2}$$

• Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện có cạnh bên vuông đáy:

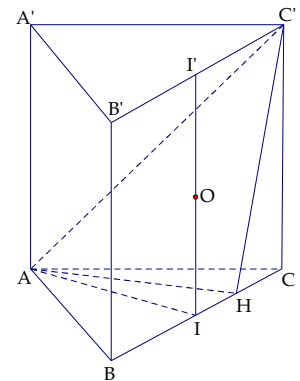
$$R = \sqrt{r^2 + \frac{h^2}{4}}$$

$$r = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}2a = a$$

$$h = AA' = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{a^2 + \frac{(a\sqrt{2})^2}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

• Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đã cho bằng $S = 4\pi R^2 = 6\pi a^2$. **Chọn A.**



Câu 41: • Phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8) \Leftrightarrow 2\log_2(x-1) = \log_2(mx-8)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ (x-1)^2 = mx-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - 2x + 9 = mx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ m = \frac{x^2 - 2x + 9}{x} = x + \frac{9}{x} - 2 = f(x) \end{cases}$$

• Xét hàm số $f(x) = x + \frac{9}{x} - 2$ trên khoảng $(1; +\infty)$, có

$$f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

Bảng biến thiên:

x	1	3	$+\infty$
y'		-	0
			+
y	8	4	$+\infty$

• Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow 4 < m < 8$. Mà m nguyên nên có tất cả 3 giá trị nguyên m cần tìm. **Chọn B.**

Câu 42: • Gọi H là trung điểm AO

$$\Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD}$$

• Kẻ $HK \perp CD$ ($K \in CD$)

$$\Rightarrow \widehat{(SCD), (ABCD)} = \widehat{SKH} \Rightarrow \widehat{SKH} = 60^\circ$$

• Mặt khác: Do H là trung điểm AO và $ABCD$ là hình vuông nên ta có:

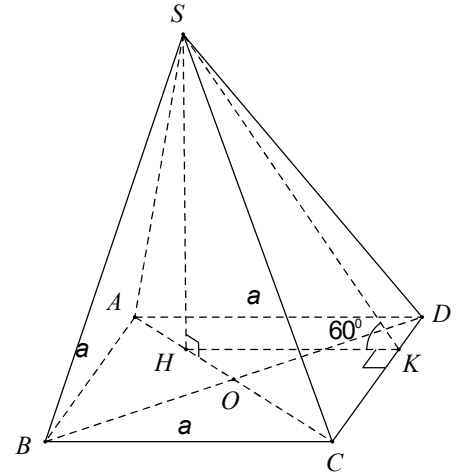
$$\frac{HK}{AD} = \frac{CH}{CA} \Leftrightarrow \frac{HK}{a} = \frac{CH}{AC} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow HK = \frac{3a}{4}$$

• Xét tam giác SHK vuông tại H

$$\Rightarrow SH = HK \cdot \tan 60 = \frac{3a}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}. \text{ Chọn D.}$$



Câu 43: $AC = a\sqrt{3}$, $BC = 3a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, $HC = 2HB$

• $(A'AH)$ và $(A'BC)$ cùng vuông góc với (ABC)

mà $(A'AH) \cap (A'BC) = A'H$

$$\Rightarrow A'H \perp (ABC)$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC}$$

+ Góc giữa cạnh bên và đáy là

$$\widehat{A'A, (ABC)} = \widehat{A'AH} = 60^\circ$$

+ Xét tam giác $A'HA$ vuông tại H :

$$A'H = \tan 60^\circ \cdot AH = AH\sqrt{3}$$

• Xét trong tam giác AHC có:
$$\begin{cases} HC = 2HB = \frac{2}{3}BC = 2a \\ AC = a\sqrt{3} \\ \widehat{ACB} = 30^\circ \end{cases}$$

\Rightarrow Áp dụng định lý hàm số \cos ta có:

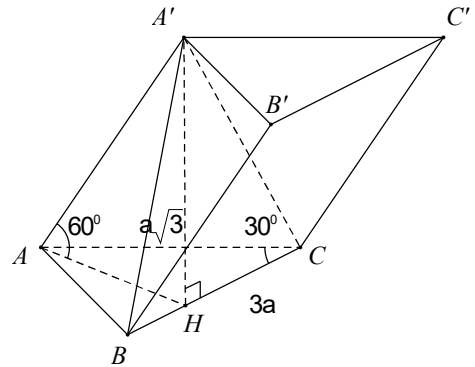
$$AH^2 = HC^2 + AC^2 - 2 \cdot AC \cdot HC \cdot \cos \widehat{ACH} = 4a^2 + 3a^2 - 2 \cdot 2a \cdot \sqrt{3}a \cdot \cos 30 = a^2$$

$$\Rightarrow AH = a \Rightarrow A'H = a\sqrt{3}$$

• Theo hê-rông ta tính được:

$$S_{AHC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \quad (\text{Với } a = HC, b = CA, c = AH)$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{3}{2} S_{AHC} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{9a^3}{4}. \text{ Chọn C.}$$



Câu 44: • Ta có:

$$\sqrt{x^3 - 7x + 1 + m} = 2x - 1 \quad (\text{điều kiện } x \geq \frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow x^3 - 7x + 1 + m = (2x - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 7x + 1 + m = 4x^2 - 4x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 4x^2 - 3x + m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -x^3 + 4x^2 + 3x = f(x)$$

• Xét $f(x) = -x^3 + 4x^2 + 3x$ với $x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$

$$f'(x) = -3x^2 + 8x + 3; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

• Bảng biến thiên như hình bên:

Từ bảng biến thiên ta thấy để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thì:

$$m \in \left[\frac{19}{8}; 18\right) \text{ mà } m \text{ nhận giá trị nguyên} \Rightarrow m \in \{3, \dots, 17\}$$

\Rightarrow Có 15 giá trị thỏa mãn của m . **Chọn B.**

x	$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$\frac{19}{8}$		18		$-\infty$

Câu 45: $y = \frac{ax + b}{cx + d}$.

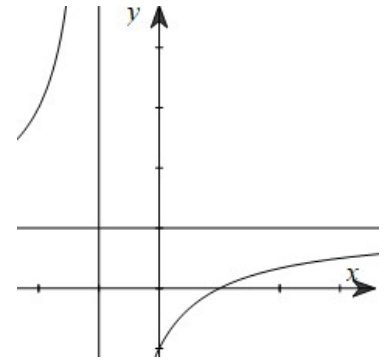
• Ta có: $x = -1$ là tiệm cận đứng $\Rightarrow x = \frac{-d}{c} = -1 \Rightarrow c = d$ (1)

Và $y = 1$ là tiệm cận ngang $\Rightarrow y = \frac{a}{c} = 1 \Leftrightarrow a = c$ (2)

• Đồ thị đi qua $(0; -1)$ nên $-1 = \frac{b}{d} \Leftrightarrow b = -d$ (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow y = \frac{ax - a}{ax + a} = \frac{x - 1}{x + 1} \Rightarrow ad > 0, ab < 0$.

Chọn C.



Câu 46: Cách 1: Tự luận


• Ta có: $\log_{25} 56 = \frac{1}{2} \log_5 (7 \cdot 2^3) = \frac{1}{2} (\log_5 7 + 3 \log_5 2)$

• Theo đề:
$$\begin{cases} x = \log 7 = \frac{1}{\log_7 (2 \cdot 5)} = \frac{1}{\log_7 2 + \log_7 5} \\ y = \log_5 100 = 2 + 2 \log_5 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\log_7 5 \cdot \log_5 2 + \log_7 5} \\ y = 2 + 2 \log_5 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_5 2 = \frac{y-2}{2} \\ x = \frac{1}{\log_7 5 \cdot \left(\frac{y-2}{2} + 1\right)} = \frac{\log_5 7}{\frac{y}{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_5 2 = \frac{y-2}{2} \\ \log_5 7 = \frac{xy}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_{25} 56 = \frac{1}{2} \left(\frac{xy}{2} + 3 \cdot \frac{(y-2)}{2} \right) = \frac{xy + 3y - 6}{4}$$

Cách 2: Trắc nghiệm

- Dùng chức năng SHIFT +  lưu các giá trị $\log 7 = X, \log_5 100 = Y$
- Lấy $\log_{25} 56$ - (4 đáp án)
- Thử đáp án B: $\log_{25} 56 - \left(\frac{XY + 3Y - 6}{4} \right) = 0$. **Chọn B.**

Câu 47: • $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC}$

+ $S_{\Delta ABC} = \frac{(\text{cạnh})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{18}$

+ Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow AH \perp BC$

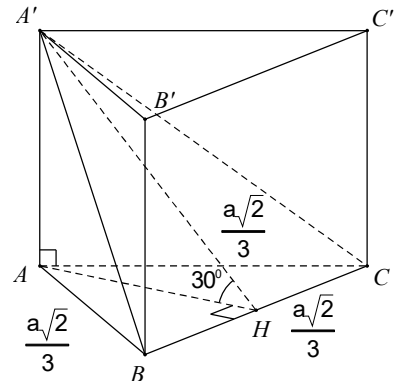
+ $\widehat{(A'BC), (ABCD)} = \widehat{A'HA} \Rightarrow \widehat{A'HA} = 30^\circ$

+ Xét $\Delta A'AH$ vuông tại A : $\tan 30^\circ = \frac{A'A}{AH} \Rightarrow A'A = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot AH$

Mà ABC là Δ đều $\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{6} \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{2}}{6}$

\Rightarrow Thể tích lăng trụ là:

$$V = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{2}}{6} \cdot \frac{\left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{108}$$
. **Chọn A.**



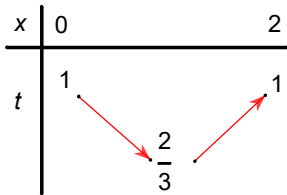
Câu 48: • Có: $m \cdot 9^{x^2-2x} - (2m+1) \cdot 6^{x^2-2x} + m \cdot 4^{x^2-2x} = 0$

+ Chia cả 2 vế cho 4^{x^2-2x}

$$\Rightarrow m \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{x^2-2x} - (2m+1) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-2x} + m = 0 \quad (*)$$

+ Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-2x}$

Khảo sát hàm số $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-2x}$ trên $(0;2)$ ta được:



$$\Rightarrow t \in \left[\frac{2}{3}; 1\right)$$

+ Phương trình (*) trở thành :

$$mt^2 - (2m+1)t + m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t}{(t-1)^2} = f(t)$$

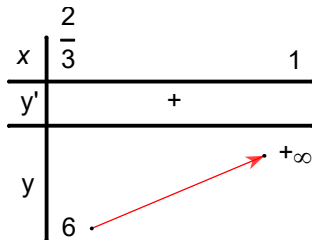
• Xét $f(t) = \frac{t}{(t-1)^2}$ với $t \in \left[\frac{2}{3}; 1\right)$

$$+ f'(t) = \frac{(t-1)^2 - 2(t-1)t}{(t-1)^4} = \frac{1-t^2}{(t-1)^4}$$

Do $t \in \left[\frac{2}{3}; 1\right) \Rightarrow 1-t^2 > 0 \Rightarrow f'(t) > 0 \forall t \in \left[\frac{2}{3}; 1\right)$

\Rightarrow Hàm số đồng biến trên $\left[\frac{2}{3}; 1\right)$

+ BBT:



\Rightarrow Để phương trình đã cho có nghiệm thì $m \in [6; +\infty)$. **Chọn C**

Câu 49: • Xét hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 - 2mx + 4}$

+ Vì bậc tử < bậc mẫu \Rightarrow Đồ thị hàm số luôn có 1 TCN

+ Vây để có 3 tiệm cận thì phải có thêm 2 TCD

+ Xét mẫu = 0 $\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 = 0$

Để có 2 TCD \Rightarrow Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x \neq 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 4 > 0 \\ 1 - 2m + 4 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq \frac{5}{2} \end{cases} . \text{Chọn } \mathbf{B}.$$

Câu 50: • Ta có:

$$3^{x^2} \cdot 4^{x+1} - \frac{1}{3^x} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3^{x^2+x} \cdot 4^{x+1} = 1$$

$$\Leftrightarrow (3^x)^{x+1} \cdot 4^{x+1} = 1$$

$$\Leftrightarrow (3^x \cdot 4)^{x+1} = 1 \Rightarrow \begin{cases} x+1 = 0 \\ 3^x \cdot 4 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \log_3 \frac{1}{4} = -\log_3 4 \end{cases}$$

Suy ra 2 nghiệm x_1, x_2 là $-1; -\log_3 4$.

$$\Rightarrow T = \log_3 4 - \log_3 4 - 1 = -1. \text{Chọn } \mathbf{B}.$$