

GIẢI CHI TIẾT ĐỀ CUỐI HK1 THPT NGUYỄN TRÃI – HÀ NỘI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.A	4.D	5.B	6.A	7.B	8.C	9.B	10.A
11.C	12.B	13.C	14.A	15.A	16.C	17.A	18.D	19.B	20.B
21.B	22.B	23.B	24.B	25.A	26.A	27.C	28.C	29.B	30.B
31.C	32.C	33.A	34.A	35.B	36.B	37.B	38.C	39.C	40.A
41.C	42.D	43.D	44.C	45.B	46.B	47.A	48.C	49.C	50.A

Câu 1: • Ta có: hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$

$$\Rightarrow y' = x^2 - x - 6$$

• Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$

• BBT:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+		
y	$-\infty$	↗		↘		↗		$+\infty$

\Rightarrow Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$. **Chọn A.**

Câu 2: • Ta có: $f'(x) = -x^2 - 1 = -(x^2 + 1) < 0 \forall x \in \mathbb{R}$

\Rightarrow Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R}

$\Rightarrow f(0) < f(-1)$ **Chọn D.**

Câu 3: • Ta có hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + (m-1)x + 2$

$$\Rightarrow y' = x^2 - 2x + m - 1$$

• Để hàm số đồng biến trên \mathbb{R}

$$\Rightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + m - 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 8 - 4m \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m \geq 2 \end{cases} \Rightarrow m \geq 2. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 4: Cách 1:

• Ta có hàm số: $y = x^4 - 2x^2 - 3$

$$\Rightarrow y' = 4x^3 - 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

\Rightarrow Hàm số có 3 điểm cực trị.

Cách 2: Hàm số bậc 4 trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab < 0$

Hàm số có 1 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab \geq 0$

Vì $1 \cdot (-2) < 0 \Rightarrow$ Hàm số có 3 điểm cực trị. **Chọn D.**

Câu 5: • Ta có hàm số: $y = \frac{-m}{4}x^4 + \frac{(2m-1)}{2}x^2 + 1$

• Để hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu:

$$\Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ a \cdot b < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-m}{4} < 0 \\ \frac{-m}{4} \cdot \frac{2m-1}{2} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow m > \frac{1}{2}. \text{Chọn B.}$$

Câu 6: • Ta có hàm số: $g(x) = f(x-2017) - 2018x + 2019$

$$\Rightarrow g'(x) = f'(x-2017) - 2018 = 0$$

• Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x-2017) = 2018$

$$\Rightarrow f'(x-2017) = 2018$$

Đặt $x-2017 = t$

$$\Rightarrow f'(t) = 2018$$

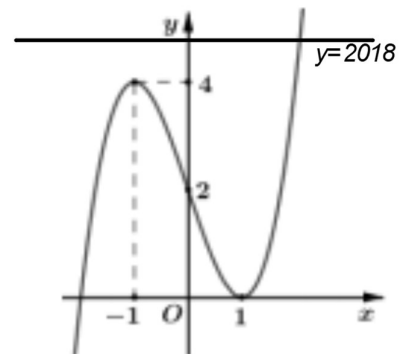
Đồ thị $y = f'(t)$ cắt đường thẳng $y = 2018$ tại 1 điểm

\Rightarrow Phương trình có 1 nghiệm t

Mà theo cách đặt, cứ 1 nghiệm x cho ta 1 nghiệm t

\Rightarrow Phương trình $f'(x) = 0$ có 1 nghiệm x

• Suy ra hàm số $g(x)$ có 1 điểm cực trị **Chọn A.**



Câu 7: • Ta có: $y = \frac{x+1}{x-2}$

+ TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

\Rightarrow Hàm số liên tục trên đoạn $[-1; 0]$

$$+ y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0$$

$$+ \text{Thay số: } \begin{cases} y(-1) = 0 \\ y(0) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

• Vậy GTLN của hàm số trên đoạn $[-1; 0]$ là: $y(-1) = 0$. **Chọn B.**

Câu 8: • Ta có hàm số: $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$

$$\Rightarrow y' = 3x^2 - 6x - 9$$

• Cho $y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$

• Bảng biến thiên:

x	0	3	4	
y'		-	0	+
y				

• Vậy tại $x = 3$ thì hàm số đạt giá trị nhỏ nhất

$$\Rightarrow y(3) = 3^3 - 3 \cdot 3^2 - 9 \cdot 3 + m = -25 \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow P = 2 \cdot 2 + 1 = 5$$

Chọn C.

Câu 9: • Ta có bất phương trình: $f(x) > x + m \Rightarrow f(x) - x > m$

Để bất phương trình đúng với mọi $x \in (0; 2)$

$$\Rightarrow m < \min(f(x) - x) \forall x \in (0; 2)$$

• Đặt $g(x) = f(x) - x$

$$+ g'(x) = f'(x) - 1$$

• Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$

$$\Rightarrow f'(x) - 1 < 0 \text{ trên } (0; 2)$$

\Rightarrow Giá trị nhỏ nhất của hàm số đạt tại $x = 2$

$$\Rightarrow \text{Min} = g(2) = f(2) - 2$$

Vậy $m \leq f(2) - 2$. **Chọn B.**

Câu 10: • Ta có: $y = \frac{2x-1}{1-x}$

$$\Rightarrow \text{Tiệm cận ngang đồ thị hàm số: } y = \frac{2}{-1} = -2. \text{ Chọn A.}$$

Câu 11: • Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		+	-	0	+	+
y	$-\infty$	1	$+\infty$	-2	$+\infty$	3

$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Có 1 tiệm cận đứng là $x = -1$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Có 1 tiệm cận đứng là $x = 1$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3 \Rightarrow$ Có 1 tiệm cận ngang là $y = 3$

Vậy có tổng số 3 đường tiệm cận. **Chọn C.**

Câu 12: • Ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm $\begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \text{ (nghiem kep)} \end{cases}$

• Xét đáp án B: $(x-1).(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \text{ (nghiemkep)} \end{cases}$.

Chọn B.

Câu 13: • Ta có: $y = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - 1$

$\Rightarrow y' = x^3 + x$

• Thay $x = -1$ vào $y' \Rightarrow y'(-1) = -2$

Vậy hệ số góc của đồ thị hàm số tại $x = -1$ là -2 . **Chọn C.**

Câu 14: • Ta có: (d): $y = -x + m$

(C): $y = \frac{x-1}{x+1}$

• Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$-x + m = \frac{x-1}{x+1}$

$\Leftrightarrow (-x+m).(x+1) = x-1$

$\Leftrightarrow -x^2 - 2x + mx + m + 1 = 0$

$\Leftrightarrow -x^2 + x(m-2) + m + 1 = 0(*)$

• (d) cắt (C) tại 2 nghiệm phân biệt

\Rightarrow Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác -1

$\Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ x \neq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 4 - 4.(-1).(m+1) > 0 \\ -1 - m + 2 + m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 8 > 0 \\ 2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow m^2 + 8 > 0; \forall m \in \mathbb{R}$

• Khi đó $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình(*)

• Theo định lý Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = m - 2 \\ x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = -m - 1 \end{cases}$

• Giả sử $A(x_1; -x_1 + m); B(x_2; -x_2 + m) \Rightarrow AB = \sqrt{2} . |x_2 - x_1|$

• Mà $AB = 3\sqrt{2}$

$\Rightarrow \sqrt{2} . |x_2 - x_1| = 3\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow 2 . (x_2 - x_1)^2 = 18$

$\Leftrightarrow 2 . [(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 . x_2] = 18$

$\Leftrightarrow 2 . [(m-2)^2 - 4.(-m-1)] = 18$

$\Leftrightarrow m = \pm 1$. **Chọn A.**

Câu 15: • Ta có: $(d): y = 4m; (C): y = x^4 - 8x^2 + 3$

• Xét phương trình hoành độ giao điểm:

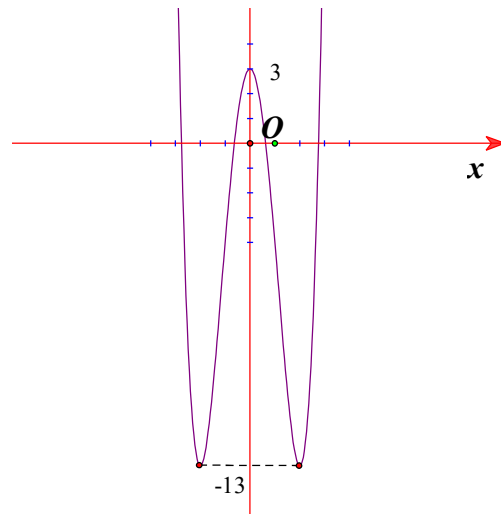
$$4m = x^4 - 8x^2 + 3$$

• Xét hàm: $f(x) = x^4 - 8x^2 + 3$

$$\Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 16x$$

• Cho $f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$

• Ta có đồ thị hàm số: $f(x) = x^4 - 8x^2 + 3$



• Dựa vào đồ thị hàm $f(x)$ để (d) cắt (C) tại 4 điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow -13 < 4m < 3 \Leftrightarrow \frac{-13}{4} < m < \frac{3}{4}. \text{ Vậy có 4 giá trị nguyên. Chọn } \underline{\mathbf{A}}.$$

Câu 16: • Vì $f'(x) = x(2x+1).g(x)+1$

$$\Rightarrow f'(2-x) = (2-x)[2(2-x)+1].g(2-x)+1$$

$$\Leftrightarrow f'(2-x) = (2-x)(5-2x).g(2-x)+1$$

• Ta có $y = f(2-x) + x$

$$\Rightarrow y' = -f'(2-x) + 1 = -[(2-x)(5-2x).g(2-x)+1] + 1$$

$$\Leftrightarrow y' = -(2-x)(5-2x).g(2-x)$$

+ Mà $g(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên để hàm số đồng biến

$$\Rightarrow y' \geq 0 \Leftrightarrow (2-x)(5-2x) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. Chọn **C**.

Câu 17: Cách 1: Tự luận

• Ta có $P = \sqrt[3]{x^2} \sqrt{x^5} \sqrt[3]{x^3} \quad (x > 0)$

$$\Leftrightarrow P = \sqrt[3]{x^2} \sqrt{x.x^5} = \sqrt[3]{x^2} \sqrt{x^6} = \sqrt[3]{x^2} \sqrt[3]{x^8} = \sqrt[3]{x^2 \cdot x^8}$$

$$\Leftrightarrow P = \sqrt[3]{x^{10}} = x^{\frac{10}{3}}$$

Cách 2: Trắc nghiệm

Vì $x > 0$ chọn $x=2$ thay vào $P=1,909$. Thử đáp án A: $P = 2^{\frac{14}{15}} = 1,909$. Chọn **A**.

Câu 18: • Cách 1: Tự luận

$$\text{Ta có } P = \frac{\left(a^{\sqrt{2}-1}\right)^{\sqrt{2}+1}}{a^{\sqrt{3}-3} \cdot a^{1-\sqrt{3}}} \quad (a > 0)$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{a^{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}}{a^{(\sqrt{3}-3)+(1-\sqrt{3})}} = \frac{a^1}{a^{-2}}$$

$$\Leftrightarrow P = a^3.$$

• Cách 2: Trắc nghiệm

$$\text{Vì } a > 0 \text{ chọn } a = 2 \Rightarrow P = \frac{\left(2^{\sqrt{2}-1}\right)^{\sqrt{2}+1}}{2^{\sqrt{3}-3} \cdot 2^{1-\sqrt{3}}} = 8 = 2^3 = a^3. \text{ Chọn D.}$$

Câu 19: • Xét đáp án A: $\log_a b + \log_a c^2 = 2 \log_a (bc)$

$$+ \text{ Ta có: } \log_a b + \log_a c^2 = \log_a bc^2 \Rightarrow \text{A sai.}$$

$$\bullet \text{ Xét đáp án B: } \log_a b \cdot \log_b c = \log_a c \Rightarrow \text{B đúng.}$$

$$\bullet \text{ Xét đáp án C: } \log_c (ab) = \log_c a + \log_c b \text{ sai vì } c \text{ chỉ dương chứ không } \neq 1.$$

$$\bullet \text{ Xét đáp án D: } \log_a (b+c) = \log_a b + \log_a c \text{ sai vì không có công thức này.}$$

\Rightarrow Chọn B.

Câu 20: • Cách 1: Tự luận

$$\text{Ta có: } \log_2 7 = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 2} = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} \frac{12}{6}} = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 12 - \log_{12} 6} = \frac{b}{1-a}.$$

• Cách 2: Trắc nghiệm

Dùng chức năng Shift +  lưu $A = \log_{12} 6$ và $B = \log_{12} 7$

Lấy $\log_2 7 - (4 \text{ Đáp án})$

$$\text{Thử đáp án B: } \log_2 7 - \frac{B}{1-A} = 0. \text{ Chọn B.}$$

Câu 21: • Vì -4 là số mũ nguyên âm \Rightarrow ĐKXĐ: $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$

Vậy TXĐ của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$. Chọn B.

Câu 22: • Dựa vào hình vẽ ta có B là trung điểm của AC

$$\Rightarrow B = \frac{A+C}{2}$$

$$\Rightarrow y_B = \frac{y_A + y_C}{2}$$

$$\Leftrightarrow \ln b = \frac{\ln a + \ln c}{2}$$

$$\Leftrightarrow \ln a + \ln c = 2 \ln b$$

$$\Leftrightarrow \ln(ac) = \ln b^2 \Leftrightarrow ac = b^2. \text{ Chọn B.}$$

Câu 23: $y = \frac{\sqrt{3x-1}}{\log(3x)}$

• ĐKXĐ: $\begin{cases} 3x-1 \geq 0 \\ 3x > 0 \\ \log(3x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x > 0 \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x > \frac{1}{3}$

• Vậy TXĐ của hàm số là $D = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **Chọn B.**

Câu 24: • Xét hàm số: $f(x) = 2^{x^2+a}$

$\Rightarrow f'(x) = 2^{x^2+a} \cdot \ln 2 \cdot 2x$

• Ta có $f'(1) = 2^{1+a} \cdot 2 \ln 2 = 2 \ln 2$

$\Leftrightarrow 2^{1+a} = 1 \Leftrightarrow 1+a = 0 \Leftrightarrow a = -1$

\Rightarrow **Chọn B.**

Câu 25: • Phương trình hoành độ giao điểm:

$2^x = 3 - x$

$\Leftrightarrow 2^x + x - 3 = 0(1)$

+ Xét hàm số $f(x) = 2^x + x - 3$

$\Rightarrow f'(x) = 2^x \ln 2 + 1 > 0 \quad \forall x$

\Rightarrow Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

\Rightarrow Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất.

+ Mà $f(1) = 0$ nên $x = 1$ là nghiệm duy nhất của phương trình (1).

+ Tại $x = 1 \Rightarrow y = 2$.

• Vậy tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2^x$ và đồ thị hàm số $y = 3 - x$ là (1; 2). **Chọn A.**

Câu 26: • Xét: $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x$

$\Leftrightarrow 7 - 3^x = 3^{2-x}$

$\Leftrightarrow 7 - 3^x = \frac{9}{3^x}$

• Đặt $3^x = t \Leftrightarrow x = \log_3 t$

Phương trình trở thành:

$7 - t = \frac{9}{t} \Leftrightarrow -t^2 + 7t - 9 = 0$

Xét: $x_1 + x_2 = \log_3 t_1 + \log_3 t_2 = \log_3(t_1 t_2) = \log_3 9 = 2$. **Chọn A.**

Câu 27: • Ta có: $25^x - m \cdot 5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0$ (1)

+ Đặt $5^x = t$ ($t > 0$)

$$\Rightarrow t^2 - 5mt + 7m^2 - 7 = 0 \quad (*)$$

• Để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

\Leftrightarrow Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt dương.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25m^2 - 4(7m^2 - 7) > 0 \\ 5m > 0 \\ 7m^2 - 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2\sqrt{21}}{3} < m < \frac{2\sqrt{21}}{3} \\ m > 0 \\ \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow 1 < m < \frac{2\sqrt{21}}{3}$$

Vậy giá trị nguyên của m là $m \in \{2; 3\}$. **Chọn C.**

Câu 28: • $\log_{\frac{1}{5}}(3x-5) > \log_{\frac{1}{5}}(x+1)$

$$\bullet \text{ ĐKXĐ: } \begin{cases} 3x-5 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{3} \\ x > -1 \end{cases} \Rightarrow x > \frac{5}{3}$$

+ Ta có $\log_{\frac{1}{5}}(3x-5) > \log_{\frac{1}{5}}(x+1)$

$$\Leftrightarrow 3x-5 < x+1$$

$$\Leftrightarrow x < 3$$

Vậy $\frac{5}{3} < x < 3 \Rightarrow x = 2$ là nghiệm nguyên. **Chọn C.**

Câu 29: $32 \cdot 4^x - 18 \cdot 2^x + 1 < 0$

• Đặt $2^x = t$ ($t > 0$)

$$\Rightarrow 32t^2 - 18t + 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{16} < t < \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16} < 2^x < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^{-4} < 2^x < 2^{-1}$$

$$\Leftrightarrow -4 < x < -1$$

Vậy $x \in (-4; -1)$. **Chọn B.**

Câu 30: • Ta có $\log_3(x+2) + 2m \log_{\sqrt{x+2}} 3 = 16$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+2) + 4m \log_{x+2} 3 = 16 \quad (1)$$

+ Đặt $\log_3(x+2) = t$

$$\Rightarrow t + \frac{4m}{t} - 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 16t + 4m = 0 \quad (*)$$

+ Do $\log_3(x+2) = t \Leftrightarrow x = 3^t - 2$

Mà $x > -1 \Leftrightarrow 3^t - 2 > -1 \Leftrightarrow 3^t > 1 \Leftrightarrow t > 0$

• Để phương trình (1) có 2 nghiệm đều lớn hơn -1

\Leftrightarrow Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1, t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16^2 - 16m > 0 \\ 16 > 0 \\ 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 16$$

+ Mặt khác, $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; \dots; 15\}$

Vậy có tất cả 15 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn đề bài. **Chọn B.**

Câu 31: • $\log_{x^2+y^2+1}(2x-4y) = 1$

$$\Leftrightarrow 2x - 4y = x^2 + y^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$$

$$S = 4x + 3y - 5 = 4(x-1) + 3(y+2) - 7$$

• Áp dụng Bunhiacopxki $\Rightarrow S = 4(x-1) + 3(y+2) - 7 \leq \sqrt{(4^2 + 3^2)} \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} - 7 = 3.$

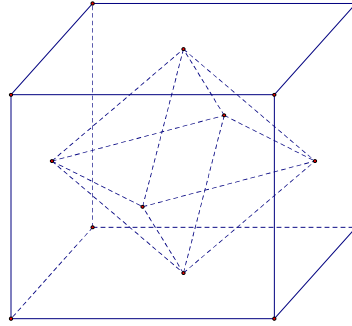
• Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3} \\ 4x + 3y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{5} \\ y = \frac{-4}{5} \end{cases} \Rightarrow P = \frac{x}{y} = \frac{-13}{4}. \text{ Chọn C.}$

Câu 32: • Ta có khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$ là khối lập phương.

Loại	Tên gọi	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt
$\{3; 3\}$	Tứ diện đều	4	6	4
$\{4; 3\}$	Lập phương	8	12	6
$\{3; 4\}$	Bát diện đều	6	12	8
$\{5; 3\}$	Mười hai mặt đều	20	30	12
$\{3; 5\}$	Hai mươi mặt đều	12	30	20

Chọn C.

Câu 33: • Dựa vào hình vẽ trên ta thấy tâm các mặt của hình lập phương tạo thành các đỉnh là của khối bát diện đều.



Chọn A.

Câu 34: • $AB // CD \Rightarrow AB // (SCD)$

$$\Rightarrow d(AB, SD) = d(AB, SCD) = d(A, SCD)$$

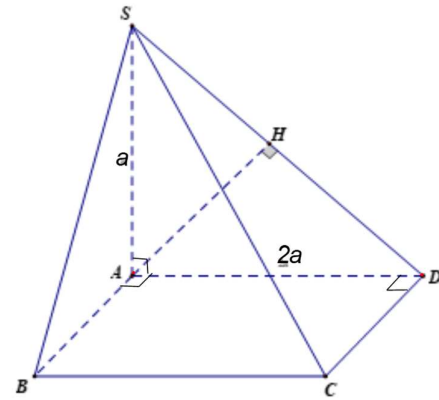
• Kẻ $AH \perp SD$

$$\text{Có } \begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD (CD \perp SAD) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$$

$$\Rightarrow d(A, SCD) = AH$$

• Xét tam giác SAD vuông có AH là đường cao:

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$



Chọn A.

Câu 35: • Thể tích khối lập phương có cạnh $a\sqrt{2}$ là: $V = (a\sqrt{2})^3 = 2a^3\sqrt{2}$. **Chọn B.**

Câu 36: • Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy $2B$, chiều cao $\frac{h}{2}$ là: $V = \frac{1}{3}2B \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{3}Bh$

Chọn B.

Câu 37: Hình lăng trụ tam giác có tất cả các cạnh bằng a

$\Rightarrow ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều

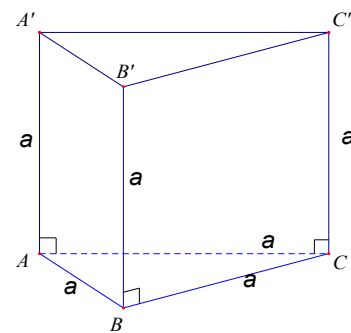
$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC}$$

$$+ S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$+ AA' = a$$

• Thể tích khối lăng trụ là:

$$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}. \text{ Chọn B.}$$



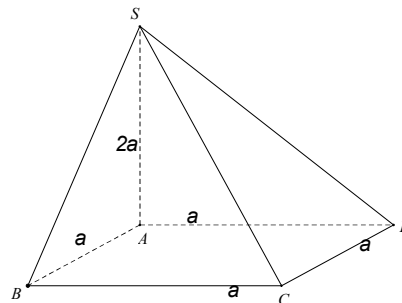
Câu 38: • $SA \perp (ABCD)$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD}$$

$$+ S_{ABCD} = a^2$$

$$+ SA = 2a$$

$$\bullet V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2 = \frac{2a^3}{3}. \text{ Chọn C.}$$



Câu 39: • Gọi O là tâm hình chữ nhật ABCD

$$\Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD}$$

• Diện tích đáy ABCD của chóp là:

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2 \sqrt{3}.$$

+ Xét tam giác ABC vuông tại B:

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2} = 2a$$

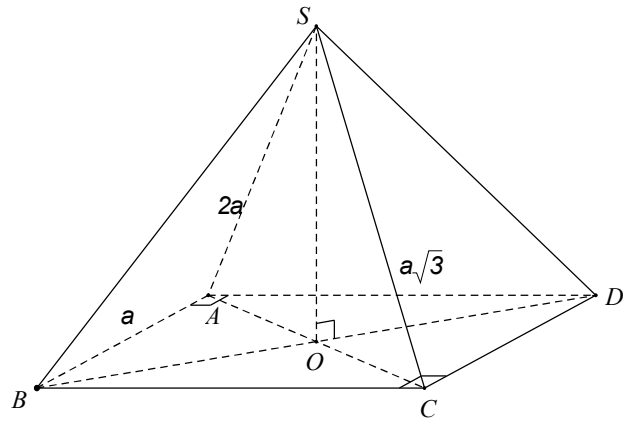
$$+ \text{Ta có: } AO = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \cdot 2a = a$$

+ Xét tam giác SAO vuông tại O:

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$$

Suy ra thể tích chóp S.ABCD bằng:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3 \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{a^3}{2}. \text{ Chọn C.}$$



Câu 40: • Lấy điểm C' là điểm trên SC sao có $SC' = a$.

$$\text{Ta có: } AC' = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}; AB = a, BC' = a$$

$\Rightarrow \triangle ABC'$ vuông tại B (pitago đảo)

• Gọi I là trung điểm AC'. Ta có:

$$\begin{cases} BI \perp AC' \\ SI \perp AC' \end{cases} \Rightarrow (SBI) \perp AC'$$

• Ta có:

$$SI = BI = \frac{AC'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; SB = a \Rightarrow \triangle SBI \text{ vuông tại I}$$

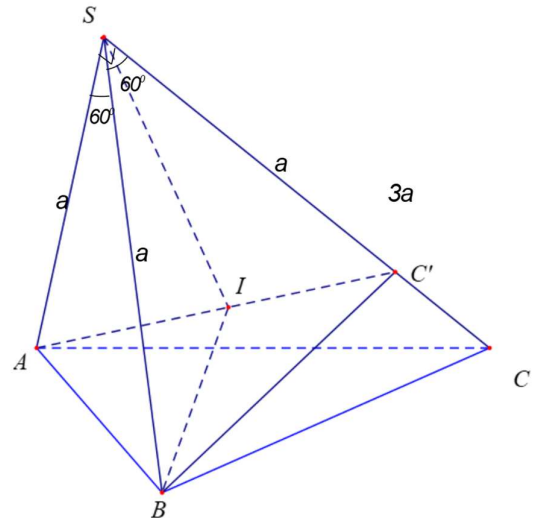
suy ra:

$$S_{SBI} = \frac{1}{2} SI \cdot IB = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC'} = \frac{1}{3} \cdot AC' \cdot S_{SBI} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$

• Ta có:

$$\frac{V_{S.ABC'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SC'}{SC} = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} V_{S.ABC'} = 3 \cdot \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{4}. \text{ Chọn A.}$$



Câu 41: • $A'O \perp (ABCD) \Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'O.S_{ABCD}$

• Kẻ $OM \perp AD = \{M\}$

Có: $A'O \perp AD \Rightarrow AD \perp (A'MO) \Rightarrow AD \perp A'M$

$\Rightarrow (\widehat{ABCD}, \widehat{A'ADD'}) = \widehat{A'MO} = 60^\circ$

+ Xét tam giác ADB vuông tại A

$$\tan \widehat{ADB} = \frac{AB}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{ADB} = 30^\circ$$

+ Xét ΔMDO vuông tại M có:

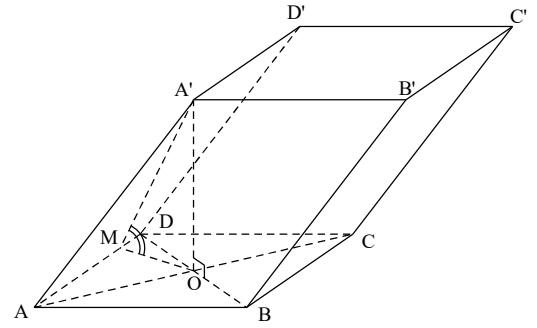
$$MO = DO \cdot \sin \widehat{MDO} = \frac{DB}{2} \cdot \sin \widehat{ADB} = \frac{2a}{2} \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$$

+ Xét tam giác $A'MO$ vuông tại O :

$$A'O = MO \cdot \tan \widehat{A'MO} = \frac{a}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Thể tích: } V_{ACB'D'} = \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{3} \cdot A'O \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{2}.$$

Chọn C.



Câu 42:

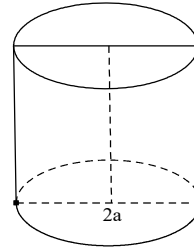
• Chu vi hình trụ = 2.(Chiều cao + đường kính)

\Rightarrow Chiều cao = Chu vi / 2 - đường kính

$$\Rightarrow \text{Chiều cao: } h = \frac{10a}{2} - 2a = 3a$$

$$\text{Thể tích } V = \pi R^2 h = \pi \cdot a^2 \cdot 3a = 3\pi a^3.$$

Chọn D.

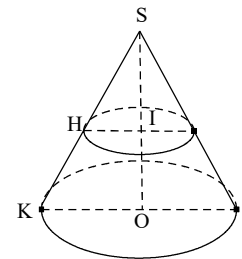


Câu 43: • Thể tích khối cần tìm bằng thể tích toàn bộ khối nón ban đầu trừ đi thể tích khối nón nhỏ bên trên.

$$V_{ct} = \frac{1}{3} \pi \cdot OK^2 \cdot SO - \frac{1}{3} \pi \cdot HI^2 \cdot SI = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(OK^2 \cdot SO - \left(\frac{OK}{2} \right)^2 \cdot \frac{SO}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{7}{8} \cdot OK^2 \cdot SO = \frac{7}{8} V = \frac{7}{8} \cdot 16 = 14 \text{ cm}^3$$

Chọn D.



Câu 44:

• Khối tròn xoay được tạo thành là khối nón có chiều cao

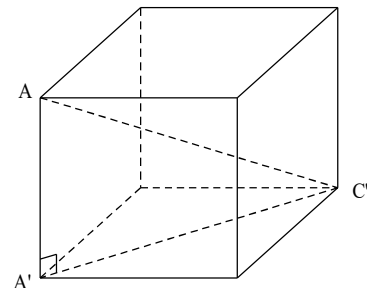
AA' , bán kính đáy là $A'C'$, và đường sinh là AC'

$$+ AC' = a\sqrt{3}$$

+ Diện tích xung quanh:

$$S = \pi r l = \pi \cdot (A'C') \cdot (AC') = \pi \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} = \pi a^2 \sqrt{6}$$

Chọn C.



Câu 45: • Diện tích tạo bởi thiết diện (P) là: $S_{\text{thiết diện}} = \pi r^2$

$$\text{mà } S_{td} = \frac{1}{2}S = \frac{1}{2} \cdot \pi R^2$$

$$\Rightarrow r = \frac{R\sqrt{2}}{2}. \text{ Chọn B.}$$

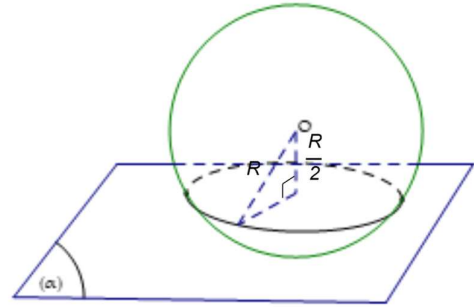
Câu 46:

• Bán kính của đường tròn thiết diện là

$$r = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

\Rightarrow Đường kính của đường tròn thiết diện là

$$2r = R\sqrt{3} \text{ Chọn B.}$$



Câu 47: • Áp dụng công thức tính nhanh bán kính mặt

$$\text{cầu ngoại tiếp hình chóp đều: } R = \frac{(\text{cạnh bên})^2}{2(\text{chiều cao})}$$

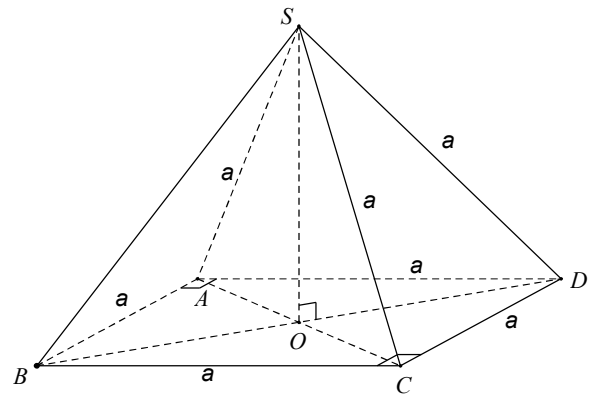
• Chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng a

+ Cạnh bên = $SA = a$

+ Chiều cao:

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow R = \frac{a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$



• Vậy thể tích khối cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3} = \frac{2\pi a^3}{3\sqrt{2}}. \text{ Chọn A.}$

Câu 48: • Áp dụng công thức tính nhanh bán kính mặt cầu

$$\text{ngoại tiếp chóp có cạnh bên vuông đáy: } R = \sqrt{r^2 + \frac{h^2}{4}}$$

• Trong đó:

+ Chiều cao: $h = SA = 2a$

+ Vì $\triangle ABC$ cân tại A

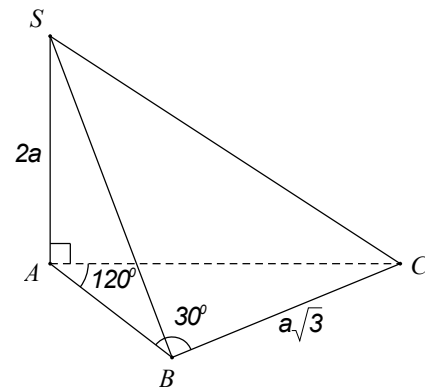
$$\Rightarrow \widehat{BAC} = 120^\circ$$

\Rightarrow Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$:

$$r = \frac{BC}{2 \cdot \sin \widehat{BAC}} = \frac{a\sqrt{3}}{2 \cdot \sin 120^\circ} = a$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{a^2 + \frac{(2a)^2}{4}} = a\sqrt{2}$$

Vậy $S = 4\pi R^2 = 4\pi (a\sqrt{2})^2 = 8\pi a^2. \text{ Chọn C.}$



Câu 49: • Diện tích xung quanh của con lăn sơn là $S = 2\pi rh = 150\pi$

• Khi lăn sơn đúng 1 vòng thì diện tích thu được là hình chữ nhật và có diện tích bằng với diện tích xung quanh của con lăn

Vậy diện tích bức tường sau khi lăn 10 vòng là: $150\pi \cdot 10 = 1500\pi$. **Chọn C.**

Câu 50: • Gọi bán kính đáy là R và chiều cao của hình trụ là h

• Ta có $10^2 = R^2 + h^2 = \frac{R^2}{2} + \frac{R^2}{2} + h^2 \geq 3\sqrt[3]{\left(\frac{R^2 h}{2}\right)^2} \Rightarrow R^2 h \leq \frac{2 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3}}{9} \Rightarrow V = \frac{\pi R^2 h}{3} \leq \frac{2\pi \cdot 10^3 \cdot 3}{27}$

+ Dấu "=" xảy ra khi $h^2 = \frac{R^2}{2} \Rightarrow R^2 = 2h^2 \Rightarrow 10^2 = 3h^2 \Leftrightarrow h = \frac{10\sqrt{3}}{3}$. **Chọn A.**