GIẢI CHI TIẾT
ĐỀ THI CUỐI HK1
THPT NGUYỄN TẤT THÀNH – HÀ NỘI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.B	4.C	5.B	6.A	7.C	8.D	9.D	10.C
11.A	12.C	13.B	14.A	15.A	16.B	17.B	18.D	19.A	20.B
21.C	22.A	23.D	24.A	25.B	26.D	27.B	28.A	29.A	30.D
31.B	32.D	33.C	34.A	35.C	36.A	37.D	38.C	39.A	40.D
41.B	42.D	43.A	44.B	45.C	46.D	47.A	48.B	49.B	50.C

Câu 1: • $\left(2^x\right)^y = 2^{xy}; \forall x, y \in \mathbb{R}$. **Chọn C.**

Câu 2: • Một khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h thì có thể tích được tính theo công thức: $V = \frac{1}{3}.S.h$ **Chọn C.**

Câu 3: • Ta có: $\log_2(xy) = \log_2 x + \log_2 y; \forall x, y > 0$. **Chọn B.**

Câu 4: • Điều kiện: $x > 0$

$\log_3 x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow x = 3^{(-\sqrt{2})} = \frac{1}{3^{\sqrt{2}}} \Rightarrow$ Có 1 nghiệm. **Chọn C.**

Câu 5: • Dựa vào BBT

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

• Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. **Chọn B.**

Câu 6: • Đồ thị hàm số $y = \log_3 x$ có đúng 1 tiệm cận đứng và không có tiệm cận ngang. **Chọn A.**

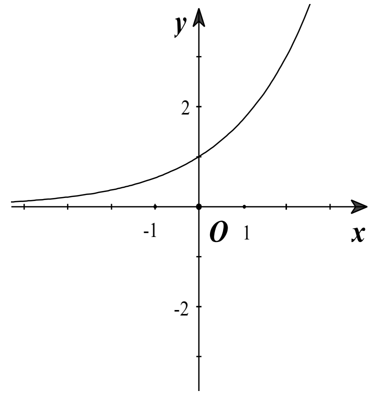
Câu 7: • Ta có: $P = \sqrt{x^3}\ (x > 0)$

$\Rightarrow P = x^{\frac{3}{2}}$ **Chọn C.**

Câu 8: • Một khối cầu có bán kính bằng R thì có thể tích bằng: $\frac{4}{3}\pi R^3$. **Chọn D.**

Câu 9: • Hàm số $y = 12^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. **Chọn D.**

Câu 10: • Dựa vào đồ thị hàm số



+ Đây là đồ thị hàm số mũ $\Rightarrow$ Loại đáp án A,B

+ Đồ thị hướng lên $\Rightarrow$ Hàm số đồng biến $\Rightarrow$ Cơ số > 1

Vậy hàm số $y = \left(\sqrt{3}\right)^x$ có đồ thị như hình vẽ.

Chọn C.

Câu 11: • Ta có hàm số $y = f\left(x\right)$ thỏa mãn $f'\left(x\right) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên R

$\Rightarrow$ Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 10$

$\Rightarrow$ $f\left(10\right)$ là giá trị max cần tìm. **Chọn A.**

Câu 12: • Một hình nón có bán kính hình tròn đáy bằng R và có độ dài đường sinh $l = a$

$\Rightarrow$ Diện tích quanh $S = \pi rl = \pi Ra$. **Chọn C.**

Câu 13: • Một hình trụ có độ dài đường cao $h = 2a$,bán kính đường tròn đáy $r = a$ thì có diện tích xung quang bằng: $S = 2\pi rh = 2\pi a.2a = 4\pi a^2$. **Chọn B.**

Câu 14: • Ta có các số dương $a; b$ thỏa mãn: $7^a = b \Leftrightarrow a = \log_7 b$. **Chọn A.**

Câu 15: • Khẳng định đúng: $\log_2\left(\frac{x}{y}\right) = \log_2 x - \log_2 y; \forall x, y > 0$. **Chọn A.**

Câu 16: • Quan sát hình dáng của đồ thị là hàm số logarit $\Rightarrow$ Loại A,C

+ Do đồ thị hướng xuống dưới $\Rightarrow$ Cơ số bé hơn 1. Loại D

$\Rightarrow$ **Chọn B.**

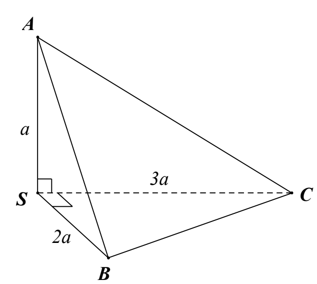
Câu 17:

• Do $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 90^\circ$

$\Rightarrow SA, SB, SC$ đôi một vuông góc nhau.

+ Khi đó thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

$V_{S.ABC} = \frac{SA.SB.SC}{6} = \frac{a.2a.3a}{6} = a^3$.



Chọn B.

Câu 18: • Quan sát đồ thị, ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị. **Chọn D.**

Câu 19: • Xét hàm số $y = f(x) = 2019^x$

Ta có $y' = 2019^x.\ln 2019 > 0 \quad \forall x.$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

+ BBT:

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$+$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$

• Để phương trình $2019^x = m - 2018$ có nghiệm

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m - 2018$ cắt đồ thị $y = f(x)$ $\Rightarrow m - 2018 > 0 \Leftrightarrow m > 2018$

Vậy tập hợp các giá trị của m là $m \in (2018; +\infty)$. **Chọn A.**

Câu 20: • Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2 - x)$ là:

$y' = \dfrac{-1}{(2-x)\ln 3} = \dfrac{1}{(x-2)\ln 3}$. **Chọn B.**

Câu 21: • Với $a = \ln 3, b = \ln 5$

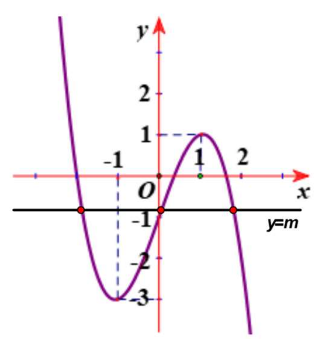
Ta có: $\ln 45 = \ln(3^2.5) = \ln 3^2 + \ln 5 = 2\ln 3 + \ln 5 = 2a + b$

Vậy $M = 2a + b$. **Chọn C.**

Câu 22: • Để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow -3 < m < 1$. Vậy $m \in (-3; 1)$.



Chọn A.

Câu 23: • Áp dụng công thức tính lãi suất theo hình thức gửi tiền 1 lần, ta có:

$T = P(1+r)^n = 200(1+5\%)^n$

+ Để số tiền nhận được nhiều hơn 300 triệu đồng:

$200(1+5\%)^n > 300 \Leftrightarrow (1+5\%)^n > \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow n > \log_{1+5\%}\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow n > 8.31$

Vậy người đó cần ít nhất 9 năm để nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng. **Chọn D.**

Câu 24: Khối nón có chiều cao bằng với chiều cao khối trụ và có chung bán kính đáy

• Thể tích của khối trụ là: $V_1 = \pi R^2 h$

• Thể tích của khối nón là: $V_2 = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h$

$\Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\pi R^2 h}{\frac{1}{3}\pi R^2 h} = 3$. **Chọn A.**

Câu 25: • Đạo hàm của hàm số $y=8^{x^2-2x}$ là:

$y'=(2x-2).8^{x^2-2x}.\ln 8=2(x-1).8^{x^2-2x}.\ln 8$

$\Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 26: • Ta có: $2^x<5\Leftrightarrow x<\log_2 5$.

Vậy $x\in(-\infty;\log_2 5)$. **Chọn D.**

Câu 27: • Ta có: $y=\log_7\left(-x^2+4\right)$

ĐKXĐ: $-x^2+4>0\Leftrightarrow -2<x<2$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-2;2)$. **Chọn B.**

Câu 28: • $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}\quad (x\in[4;7])$

$\Rightarrow f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}<0\quad \forall x\in[4;7]$

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên đoạn $[4;7]$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt giá trị lớn nhất khi $x=4$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[4;7]$ là $f(4)$. **Chọn A.**

Câu 29: • Thể tích của phần kem là: $V_1=\dfrac{1}{2}.\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{2}{3}\pi.3^3=18\pi(cm^3)$.

• Thể tích của phần ốc quế bên dưới là: $V_2=\dfrac{1}{3}\pi R^2h=\dfrac{1}{3}\pi.3^2.9=27\pi(cm^3)$.

Vậy $V=V_1+V_2=18\pi+27\pi=45\pi(cm^3)$. **Chọn A.**

Câu 30: • Do $\dfrac{1}{3}$ là số mũ không nguyên

$\Rightarrow$ ĐKXĐ: $x-1>0\Leftrightarrow x>1$

Vậy TXĐ của hàm số là $D=(1;+\infty)$. **Chọn D.**

Câu 31: • Phương trình tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$ là: $y=\dfrac{-2}{1}=-2$. **Chọn B.**

Câu 32: • Ta có: $V=\dfrac{\pi R^2h}{3}=\dfrac{\pi(3a)^2.3a}{3}=9\pi a^3$. **Chọn D.**

Câu 33: • Mặt phẳng cắt mặt cầu

$\Leftrightarrow d\left(I,(P)\right)<R$

$\Leftrightarrow d\left(I,(P)\right)<\dfrac{4}{2}\Leftrightarrow d\left(I,(P)\right)<2$. **Chọn C.**

Câu 34: **Cách 1:** • Ta có: $y=\dfrac{1}{(1-x)^5}=\dfrac{-1}{(1-x)^{10}}.\left[(1-x)^5\right]'=\dfrac{-1}{(1-x)^{10}}.5(1-x)^4.(-1)=\dfrac{5}{(1-x)^6}$

Cách 2: Dùng chức năng Shift +  nhập $\left.\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{1}{(1-x)^5}\right)\right|_{x=2}=5$

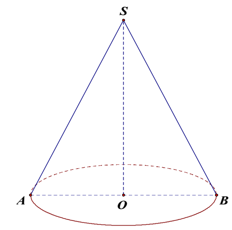
Thay $x=2$ vào 4 đáp án:

Thử dáp án A: $\dfrac{5}{(1-x)^6}=\dfrac{5}{(1-2)^6}=5$ **Chọn A.**

Câu 35: • Diện tích mặt ngoài của quả bóng bàn chính là diện tích xung quanh của mặt cầu có đường kính bằng 4cm $\Rightarrow R=2$

$\Rightarrow S=4\pi R^2=16\pi\left(cm^2\right)$. **Chọn C.**

Câu 36: • Vì độ dài đường sinh gấp đôi bán kính đáy nên $SB=2OB$.



• Góc ở đỉnh của hình nón là $\widehat{ASB}$

Xét ΔSOB vuông tại O:

$\sin\widehat{OSB}=\dfrac{OB}{SB}=\dfrac{OB}{2OB}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow OSB=30^o\Rightarrow \widehat{ASB}=60^0$.

Chọn A.

Câu 37: • $M=\log_{10}3=\dfrac{1}{\log_3 10}$

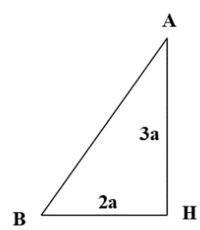
$=\dfrac{1}{\log_3(2.5)}=\dfrac{1}{\log_3 2+\log_3 5}$

$=\dfrac{1}{\dfrac{1}{\log_2 3}+\dfrac{1}{\log_5 3}}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}}=\dfrac{ab}{a+b}$. **Chọn D.**

Câu 38:

• Thể tích khối nón khi quay tam giác ABH quanh trục AH là:

$V=\dfrac{1}{3}\pi.BH^2.AH=\dfrac{1}{3}\pi.(2a)^2.3a=4\pi a^3$.



Chọn C.

Câu 39: • Thể tích khối trụ cần tìm là: $V=\pi r^2h=\pi.a^2.a=\pi a^3$. **Chọn A.**

Câu 40: • Công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp cho khối đa diện có cạnh bên vuông đáy: $R=\sqrt{r^2+\dfrac{h^2}{4}}=\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+\dfrac{a^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

• Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh a là $R=\sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn D.

Câu 41: **Cách 1: Cô lập m**

Ta có $y=\frac{x^3}{3}-(m+5)\frac{x^2}{2}+5mx+1$

$\Rightarrow y'=x^2-(m+5)x+5m$

Để hàm số đồng biến trên $(6;7)$

$\Rightarrow y'\geq 0 \forall x\in(6;7)$

$\Leftrightarrow x^2-(m+5)x+5m\geq 0$

$\Leftrightarrow x^2-mx-5x+5m\geq 0$

$\Leftrightarrow x^2-5x\geq mx-5m$

$\Leftrightarrow \frac{x^2-5x}{x-5}\geq m$

$\Rightarrow m\leq Min\left(\frac{x^2-5x}{x-5}\right)$ trên $(6;7)$

Dùng chức năng Mode + 7 nhập thông số: $Start=6; End=7; Step=\frac{1}{19}$ ta được

$Min\left(\frac{x^2-5x}{x-5}\right)=6 \Rightarrow m\leq 6$.

Cách 2: • Ta có $y=\frac{x^3}{3}-(m+5)\frac{x^2}{2}+5mx+1$

$\Rightarrow y'=x^2-(m+5)x+5m$

$\Rightarrow y'=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=5 \end{array}\right.$

+ Để hàm số đồng biến trên $(6;7)\Rightarrow \left[\begin{array}{l} m\leq 6 \\ m\geq 7 \end{array}\right.$

+ Và $\begin{cases} y'(6)\geq 0 \\ y'(7)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6^2-(m+5).6+5m\geq 0 \\ 7^2-(m+5).7+5m\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6\geq m \\ 14\geq 2m \end{cases} \Leftrightarrow m\leq 6$. **Chọn B.**

Câu 42: • Ta có $9^{|x|}-(m+1).3^{|x|}+m=0$

$\Leftrightarrow \left(3^{|x|}\right)^2-(m+1).3^{|x|}+m=0$

+ Đặt $3^{|x|}=t\ (t\geq 1)$

• Phương trình trở thành $t^2-(m+1)t+m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=m \end{array}\right.$

+ Cứ 1 nghiệm t sinh ra 2 nghiệm x

+ Mà với $t=1\Rightarrow 3^{|x|}=1=3^0 \Leftrightarrow x=0$, phương trình có 1 nghiệm x có sẵn

$\Rightarrow$ Để có thêm 2 nghiệm x thì $m>1$

• Vậy để phương trình có 3 nghiệm thì $m>1$. **Chọn D.**

Câu 43: • Ta có $y = x^3 + mx^2 - (m^2 - 4)x + 1$

$\Rightarrow y' = 3x^2 + 2mx - (m^2 - 4)$

+ Để hàm số có 2 điểm cực trị

$\Rightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Rightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 + 3(m^2 - 4) > 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > \sqrt{3} \\ m < -\sqrt{3} \end{array}\right.$

+ Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn 2 cực trị nằm ở 2 phía trục Oy

$\Rightarrow x_1.x_2 < 0$

$\Leftrightarrow -\dfrac{m^2 - 4}{3} < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right. \Rightarrow m \in R \setminus [-2; 2]$. **Chọn A.**

Câu 44: • Ta có $f(x) = \log_{0,9}(2x - x^2)$

+ ĐK: $2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$

$\Rightarrow f'(x) = \dfrac{2 - 2x}{(2x - x^2)\ln 0,9} < 0 \Rightarrow 2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < 1$

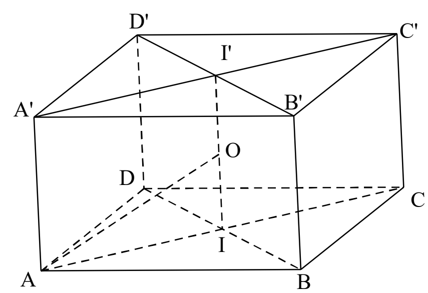
Kết hợp $\Rightarrow 0 < x < 1$. **Chọn B.**

Câu 45: • Thể tích của hình lập phương là $6^3 = 216\ cm^3$

• Thể tích của nửa khối trụ là $\dfrac{1}{2}.\pi.3^2.6 = 27\pi\ cm^3$

Vậy thể tích của hộp nữ trang là $216 + 27\pi\, cm^3$. **Chọn C.**

Câu 46: • Nhận xét: Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$ chính là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật.



• Gọi I, I' lần lượt là tâm hai đáy; O là trung điểm của II'

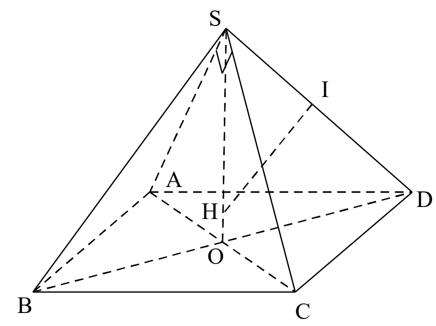
$OI = \dfrac{AA'}{2} = a$

$AI = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{\sqrt{AB^2 + AD^2}}{2} = \dfrac{\sqrt{a^2 + 4a^2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

• Bán kính: $r = OA = \sqrt{OI^2 + IA^2} = \sqrt{a^2 + \dfrac{5a^2}{4}} = \dfrac{3a}{2}$

Diện tích: $S = 4\pi.\left(\dfrac{3a}{2}\right)^2 = 9\pi a^2$. **Chọn D.**

Câu 47: **Cách 1: Tự luận**



• Hình chóp là chóp đều $\Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại S.

$AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SA = SC = a = SD = SB$

• Gọi I là trung điểm của SD và kẻ $HI \perp SD = \{I\}$

$\Rightarrow HS = HD$ (1)

Mà $H \in HO \Rightarrow HA = HB = HC = HD$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow H$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp

$\Rightarrow$ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp là SH

$$SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

• Xét ΔSIH đồng dạng ΔSOD

$$\frac{SH}{SD} = \frac{SI}{SO} \Rightarrow SH = \frac{SD^2}{2SO} = \frac{a^2}{2.\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow R = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

Cách 2: Công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp đều

$R = \dfrac{(canhben)^2}{2(chieu\,cao)} = \dfrac{SA^2}{2SO} = \dfrac{a^2}{2.\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$. **Chọn A.**

Câu 48: • Điều kiện: $x \geq -1$

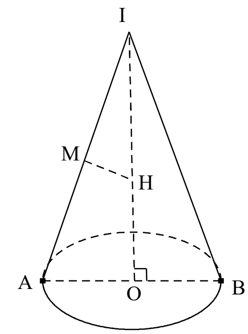
$$y = \frac{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\sin x}{x^3 - x^2 - 6x} = \frac{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\sin x}{x(x+2)(x-3)} = \frac{(x-3)\sin x}{x(x+2)(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)} = \frac{\sin x}{x(x+2)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}$$

• Cho Mẫu $= 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2\,(Loại) \end{array}\right.$

Xét: $y = \dfrac{1}{(x+2)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}.\dfrac{\sin x}{x}$ Có: $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1 \\ \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{(x+2)\left(\sqrt{x+1}+2\right)} = \dfrac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} y = \dfrac{1}{6} \neq \infty$

• Vậy đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận đứng. **Chọn B.**

Câu 49: • Gọi O là tâm đáy, M là trung điểm của AI



Kẻ $MH \perp IA = \{M\}$

Gọi $\{H\} = MH \cap IO$

$\Rightarrow HI = HA$

+ Mà $HA = HB$

$\Rightarrow$ H là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình nón

$\Rightarrow$ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp là $R = IH$

• $IA = \sqrt{IO^2 + AO^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{3}\right)^2 + 3^2} = 6$

• Xét hai tam giác đồng dạng ΔIMH và ΔIOA:

$\frac{IH}{IA} = \frac{IM}{IO} \Rightarrow IH = \frac{IA^2}{2IO} = \frac{6^2}{2.3\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}\,(cm) \Rightarrow R = 2\sqrt{3}$. **Chọn B.**

Câu 50: • Hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp được một mặt cầu khi và chỉ khi đáy lăng trụ là tứ giác nội tiếp đường tròn. **Chọn C.**