GIẢI CHI TIẾT
ĐỀ THI CUỐI HK1
THPT CHUYÊN NGUYỄN HUỆ - HÀ NỘI

BẢNG ĐÁP ÁN

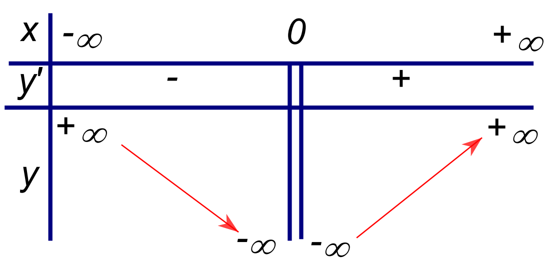
1.C	**2.D**	**3.B**	**4.C**	**5.C**	**6.C**	**7.C**	**8.C**	**9.C**	**10.B**
11.B	**12.B**	**13.A**	**14.D**	**15.A**	**16.C**	**17.D**	**18.A**	**19.D**	**20.A**
21.B	**22.C**	**23.B**	**24.A**	**25.D**	**26.D**	**27.A**	**28.D**	**29.A**	**30.B**
31.B	**32.B**	**33.D**	**34.C**	**35.C**	**36.D**	**37.A**	**38.D**	**39.D**	**40.D**
41.A	**42.A**	**43.A**	**44.B**	**45.B**	**46.D**	**47.A**	**48.A**	**49.A**	**50.C**

Câu 1: • Ta có: $y = \log_2 x^2 \quad (x \neq 0)$

$\Rightarrow y' = \dfrac{2x}{x^2 \ln 2}$

+ Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

+ BBT:



• Từ BBT ta thấy:

+ Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ $\Rightarrow$ A,B Đúng

+ Đồ thị hàm số có 1 TCĐ là $x = 0$ và không có TCN $\Rightarrow$ C sai, D đúng. **Chọn C.**

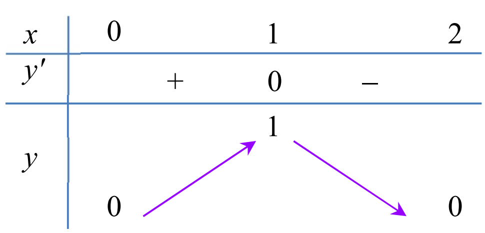
Câu 2: • $y = \sqrt{2x - x^2}$; ĐK: $2x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$

+ TXĐ: $D = [0;2]$

+ Ta có: $y' = \dfrac{1-x}{\sqrt{2x - x^2}}$

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (Thỏa mãn)

+ BBT:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$. **Chọn D.**

Câu 3: • Thể tích khối cầu có bán kính $6cm$: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi .6^3=288\pi (cm^3)$. **Chọn B.**

Câu 4: • Dựa vào bảng biến thiên:

+ Xét đáp án A: Phương trình $f(x)=0$ có 2 nghiệm. Sai vì đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=0$ tại 4 điểm phân biệt

+ Xét đáp án B: Hàm số có đúng một cực trị. Sai vì hàm số có 3 cực trị

+ Xét đáp án C: Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -3. Đúng

+ Xét đáp án D: Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1. Sai vì hàm số không tồn tại giá trị lớn nhất

$\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 5: • Ta có: $y'=((x^2-3x+3)e^x)'=(2x-3)e^x+(x^2-3x+3)e^x$

$\Leftrightarrow y'=(x^2-x)e^x$. **Chọn C**

Câu 6: • Xét $y=x^3+3x^2+2$

+ Tính $y'=3x^2+6x$

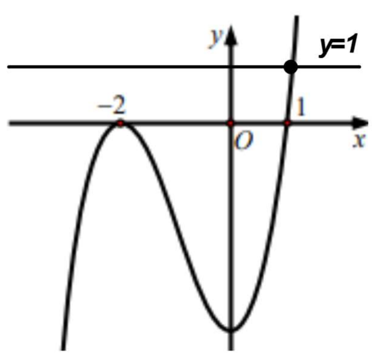
+ Cho $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \end{array}\right.$

+ BBT:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			6				$+\infty$
	$-\infty$				2		

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm có tọa độ $(-2;6)$. **Chọn C.**

Câu 7: • Nhận xét: Số nghiệm của phương trình $f(x)=1$ là số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$



• Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=1$ tại 1 điểm

$\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 8: • Xét đáp án A: $y' = 4x^3 - 4x$. Để hàm số đồng biến $\Rightarrow y' \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 0, x \geq 1$. Vậy hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$. Sai

• Xét đáp án B: $y' = \dfrac{5}{(2x+3)^2} > 0 \quad \forall x \neq -\dfrac{3}{2} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -\dfrac{3}{2})$ và $(-\dfrac{3}{2}; +\infty)$. Vậy hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$. **Sai**

• Xét đáp án C: $y' = 3x^2 + 4 \geq 0 \quad \forall x \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **Đúng**

• Xét đáp án D: $y' = \dfrac{2x-1}{2\sqrt{x^2 - x + 1}}$. Để hàm số đồng biến $\Rightarrow y' \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \dfrac{1}{2}$. Vậy hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$. **Sai**

$\Rightarrow$ **Chọn C.**

Câu 9: • Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

$\Rightarrow$ Đáp án C đúng.

• Đáp án D sai vì hàm số chỉ nghịch biến trên từng khoảng xác định nên không thể dùng kí hiệu " \ ". **Chọn C.**

Câu 10: • Ta có: $f'(x) = x^2(x+1)^3(2-3x)$.

• Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = \dfrac{2}{3} \end{array}\right.$

+ Do $x = 0$ là nghiệm kép nên không thể làm cực trị còn 2 nghiệm còn lại đều là nghiệm đơn nên là cực trị.

Vậy hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị. **Chọn B.**

Câu 11: $y = \dfrac{x-1}{x+1}$

• Xét phương trình mẫu $= 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

• Mà nghiệm của mẫu không trùng với nghiệm của tử

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCĐ là $x = -1$. **Chọn B.**

Câu 12: • Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{5}\right) = a \Leftrightarrow \log_2 5 = a$

+ Xét đáp án A: $\log_2 5 = -a$. Sai vì $\log_2 5 = a$

+ Xét đáp án B: $\log_2 25 + \log_2 \sqrt{5} = \dfrac{5a}{2}$.

Có $\log_2 25 + \log_2 \sqrt{5} = 2\log_2 5 + \dfrac{1}{2}\log_2 5 = \dfrac{5}{2}\log_2 5 = \dfrac{5a}{2}$. Đúng

+ Xét đáp án C: $\log_5 4 = -\dfrac{2}{a}$. Sai vì $\log_5 4 = \dfrac{1}{\log_4 5} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{2}\log_2 5} = \dfrac{2}{\log_2 5} = \dfrac{2}{a}$

+ Xét đáp án D: $\log_2 \dfrac{1}{5} + \log_2 \dfrac{1}{25} = 3a$. Sai vì $\log_2 \dfrac{1}{5} + \log_2 \dfrac{1}{25} = -\log_2 5 - 2\log_2 5 = -3\log_2 5 = -3a$

$\Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 13: **Cách 1: Tự luận**

• Ta có $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{b}) = \log_{\sqrt{a}} a + \log_{\sqrt{a}} \sqrt{b} = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a + \log_{a^{\frac{1}{2}}} b^{\frac{1}{2}}$

$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{b}) = 2\log_a a + 2.\frac{1}{2}\log_a b = 2 + \log_a b$.

Cách 2: Trắc nghiệm

Vì a,b là các số thực dương $\Rightarrow$ Chọn $a = 2, b = 3$ thay vào biểu thức

$\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{b}) = \log_{\sqrt{2}}\left(2.\sqrt{3}\right) = 3,584$

Thử 4 đáp án thấy đáp án A: $2 + \log_a b = 2 + \log_2 3 = 3,584$.**Chọn A.**

Câu 14: • Xét hàm số: $y = \log_3(\log_2 x)$

• Điều kiện: $\log_2 x > 0 \Leftrightarrow x > 1$

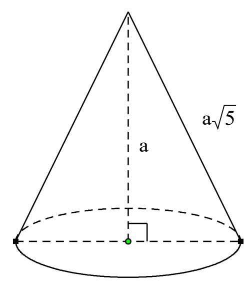
$\Rightarrow$ TXĐ: $D = (1; +\infty)$. **Chọn D.**

Câu 15: • Xét hàm số: $y = (x-2)^{\sqrt{2}}$

• Do $\sqrt{2}$ là số mũ không nguyên $\Rightarrow$ ĐKXĐ: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

$\Rightarrow$ TXĐ: $D = (2; +\infty)$. **Chọn A.**

Câu 16:



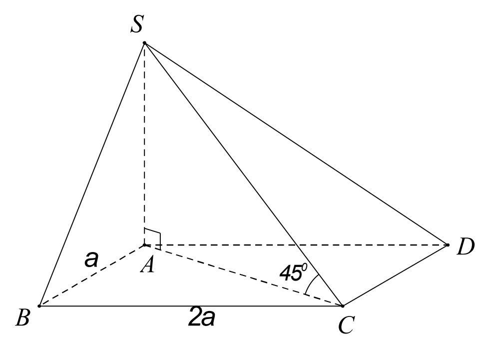
• Ta có: $\begin{cases} l = a\sqrt{5} \\ h = a \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{5}\right)^2 - a^2} = 2a$

• Thể tích của khối nón đã cho bằng:

$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi\left(2a\right)^2 a = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Chọn C.

Câu 17:



• Xét tam giác ABD:

Có $AC = BD = \sqrt{a^2 + \left(2a\right)^2} = a\sqrt{5}$

• Xét tam giác SAC vuông tại A:

$SA = \tan 45^o.AC = a\sqrt{5}$

• $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a.2a.a\sqrt{5} = \frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

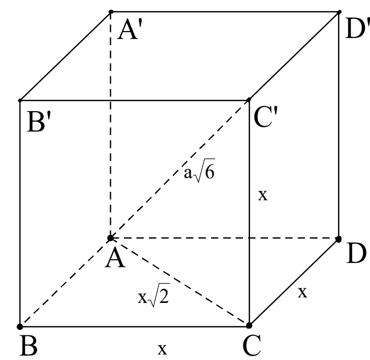
Chọn D.

Câu 18: • Ta có: M và C lần lượt là số mặt và số cạnh của hình đa diện có các mặt là các tam giác

$\Rightarrow$ Là khối đa diện 20 mặt đều có số mặt bằng $M = 20$ và số cạnh là $C = 30$

$\Rightarrow 3M = 2C$. **Chọn A.**

Câu 19: • Gọi cạnh của hình lập phương là : x



• Ta có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{x^2+x^2}=x\sqrt{2}$

• Ta có: $AC'=\sqrt{AC^2+CC'^2}$

$\Leftrightarrow a\sqrt{6}=\sqrt{\left(x\sqrt{2}\right)^2+x^2}$

$\Leftrightarrow x=a\sqrt{2}$

Thể tích khối lập phương

$V=\left(canh\right)^3=\left(a\sqrt{2}\right)^3=2\sqrt{2}a^3$

Chọn D.

Câu 20: Giả sử $AB=2AD=2a\Rightarrow\begin{cases}AB=2a\\AD=a\end{cases}$

• Xét V_1 là thể tích hình trụ khi quay hình chữ nhật quanh cạnh AD:

$\Rightarrow R=AB=2a; h=AD=a$

$\Rightarrow V_1=\pi R^2h=\pi\left(2a\right)^2.a=4\pi a^3\ (1)$

• Xét V_2 là thể tích hình trụ khi quay hình chữ nhật quanh cạnh AB:

$\Rightarrow R=AD=a; h=AB=2a$

$\Rightarrow V_2=\pi R^2h=\pi\left(a\right)^2.2a=2\pi a^3\ (2)$

• Từ (1);(2) suy ra $V_1=2V_2$ **Chọn A.**

Câu 21: • **Cách 1:** $\log_2 x=6\log_4 a-4\log_2\sqrt{b}-\log_{\frac{1}{2}}c$

$\Leftrightarrow \log_2 x=3\log_2 a-2\log_2 b+\log_2 c$

$\Leftrightarrow \log_2 x=\log_2 a^3-\log_2 b^2+\log_2 c$

$\Leftrightarrow \log_2 x=\log_2\left(\frac{a^3}{b^2}.c\right)$

$\Leftrightarrow x=\frac{a^3}{b^2}.c$

• **Cách 2:** Xét $\log_2 x=6\log_4 a-4\log_2\sqrt{b}-\log_{\frac{1}{2}}c$

Vì a,b,c là các số dương, $a=2,b=3,c=4\Rightarrow x=\frac{32}{9}$

Thay a,b,c vào các đáp án, thấy đáp án B: $x=\frac{a^3c}{b^2}=\frac{2^3.4}{3^2}=\frac{32}{9}$. **Chọn B.**

Câu 22: • M là giao điểm $y=a^x$ và $y=3$

$\Rightarrow a^x=3 \Rightarrow x=\log_a 3 \Rightarrow M\left(\log_a 3;3\right)$

• N là giao điểm $y=b^x$ và $y=3$

$\Rightarrow b^x=3 \Rightarrow x=\log_b 3 \Rightarrow N\left(\log_b 3;3\right)$

• H là giao điểm của $y=3$ và trục Oy $\Rightarrow H(0;3)$

• Ta có $2HM=3MN$

$\Rightarrow 2\sqrt{\left(\log_a 3\right)^2}=3\sqrt{\left(\log_b 3-\log_a 3\right)^2}$

$\Leftrightarrow 2\log_a 3=3\left(\log_b 3-\log_a 3\right)$

$\Leftrightarrow 5\log_a 3=3\log_b 3$

$\Leftrightarrow \dfrac{5}{\log_3 a}=\dfrac{3}{\log_3 b}$

$\Leftrightarrow 5\log_3 b=3\log_3 a \Leftrightarrow b^5=a^3$. **Chọn C.**

Câu 23: • Gọi $x(x>0)$ là số lần tăng giá bán thêm 2 nghìn

$\Rightarrow$ Giá bán của một sản phẩm sau x lần tăng là $\left(45+2x\right)$

và số sản phẩm bán đi bị giảm $6x$ (lần)

$\Rightarrow$ Số sản phẩm bán được sau x lần tăng giá là $60-6x$

• Vậy tổng doanh thu sau x lần tăng giá là $\left(45+2x\right).\left(60-6x\right)$

• Chi phí sản suất là $27.\left(60-6x\right)$

$\Rightarrow$ Lợi nhuận thu được là $T=\left(45+2x\right).\left(60-6x\right)-27.\left(60-6x\right)$

$\Leftrightarrow T=-12x^2+12x+1080$

$T'=-24x+12=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ (Thỏa mãn)

$\Rightarrow$ Giá bán của sản phẩm là $45+2.\dfrac{1}{2}=46$ nghìn. **Chọn B.**

Câu 24: • Vận tốc của chuyển động là $v=s'=12t-3t^2, t>0$

Xét hàm số: $f\left(t\right)=12t-3t^2$

+ $f'\left(t\right)=12-6t=0 \Leftrightarrow t=2$ (Thỏa mãn)

• Bảng biến thiên:

t	0		2		$+\infty$
$f\left(t\right)$			12		
	0	$\nearrow$		$\searrow$	
					$-\infty$

$\Rightarrow Max v(t)=12$ khi $t=2$. **Chọn A.**

Câu 25: • Ta có: $f(x)=(m+2)\dfrac{x^3}{3}-(m+2)x^2+(m-8)x+m^2-1$

TH1: Với $m=-2$

$\Rightarrow f(x)=-10x+3$

+ Có $f'(x)=-10<0\forall x\in R\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow m=-2$ thỏa mãn.

TH2: Với $m\neq -2$

$\Rightarrow f'(x)=(m+2).x^2-2(m+2)x+m-8$

• Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow f'(x)\leq 0\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (m+2).x^2-2(m+2)x+m-8\leq 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m+2<0 \\ \Delta'\leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m<-2 \\ (m+2)^2-(m+2)(m-8)\leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m<-2 \\ m\leq -2 \end{cases}$

$\Rightarrow m<-2$

Kết hợp 2 trường hợp $\Rightarrow m\leq -2$. **Chọn D.**

Câu 26: • Ta có thiết diện đi qua đỉnh là ΔSAC

• Kẻ $ON\perp AC$

Mà $SO\perp AC$

$\Rightarrow AC\perp (SON)$ (1)

• Từ O kẻ $OM\perp SN$

Mà từ (1) ta có: $AC\perp OM$ $\left(OM\subset (SON)\right)$

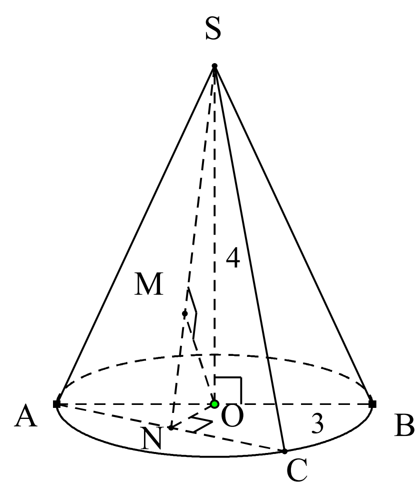
$\Rightarrow d\left(O;(SAC)\right)=OM=2$

• Xét tam giác SON vuông tại O ta có:

$$\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{ON^2}=\frac{1}{OM^2}$$

$\Rightarrow \dfrac{1}{16}+\dfrac{1}{ON^2}=\dfrac{1}{4}$

$\Rightarrow ON=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$



• Xét tam giác OAN vuông tại N

$$\Rightarrow AN=\sqrt{OA^2-ON^2}=\sqrt{3^2-\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{33}}{3}$$

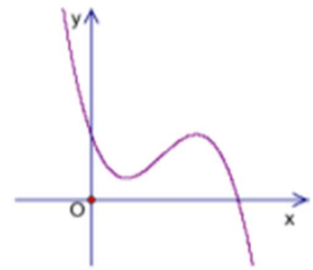
$$\Rightarrow AC=2AN=\frac{2\sqrt{33}}{3}$$

• Xét tam giác SAN vuông tại N

$$\Rightarrow SN=\sqrt{SA^2-AN^2}=\sqrt{5^2-\left(\frac{\sqrt{33}}{3}\right)^2}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$$

• Diện tích thiết diện SAC là: $S=\dfrac{1}{2}AC.SN=\dfrac{1}{2}.\dfrac{2\sqrt{33}}{3}.\dfrac{8\sqrt{3}}{3}=\dfrac{8\sqrt{11}}{3}$. **Chọn D.**

Câu 27: • Xét hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên



+ Hàm số có nét cuối đi xuống: $a<0$

+ Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$

Hàm số có hai điểm cực trị dương: $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-2b}{3a}>0 \Leftrightarrow b>0 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}>0 \Leftrightarrow c<0 \end{cases}$

+ Hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow d>0$ **Chọn A.**

Câu 28: • Để cắt tại hai nhánh của C

$\Rightarrow d \cap (C)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 trái dấu

• Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là:

$\dfrac{x+1}{x}=mx+2$

$\Leftrightarrow mx^2+x-1=0$

• Phương trình có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ a.c<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m>\dfrac{-1}{4} \\ m>0 \end{cases} \Rightarrow m>0$. **Chọn D.**

Câu 29: • Khối mười hai mặt đều có 30 cạnh

Loại	Tên gọi	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt
{3 ; 3}	Tứ diện đều	4	6	4
{4 ; 3}	Lập phương	8	12	6
{3 ; 4}	Bát diện đều	6	12	8
{5 ; 3}	Mười hai mặt đều	20	30	12
{3 ; 5}	Hai mươi mặt đều	12	30	20

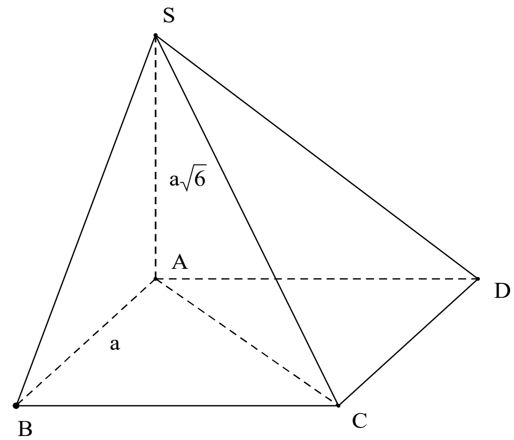
• Mà mỗi cạnh có độ dài bằng 2

$\Rightarrow$ Tổng độ dài tất cả các cạnh bằng $l=30.2=60$. **Chọn A.**

Câu 30: **Cách 1: Trắc nghiệm**

• Bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp tam giác

$S.ABCD:\ R=\sqrt{r^2+\dfrac{h^2}{4}}$



• Trong đó:

+ r là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy

$\Rightarrow r=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

+ $h=SA=a\sqrt{6}$

$\Rightarrow R=\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+\dfrac{\left(a\sqrt{6}\right)^2}{4}}=a\sqrt{2}$

$\Rightarrow S=4\pi\left(a\sqrt{2}\right)^2=8\pi a^2$

Cách 2: Tự luận

• Ta có tam giác SBC vuông tại B,tam giác SCD vuông tại D,tam giác SAC vuông tại A

• Gọi I là trung điểm SC

$\Rightarrow$ I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\Delta SBC, \Delta SAC, \Delta SDC$

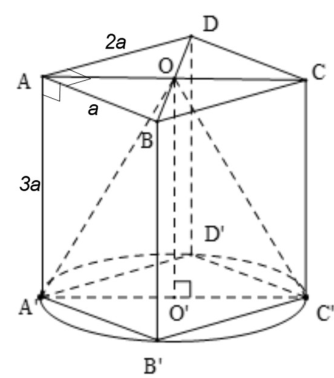
$\Rightarrow IS=IA=IB=IC=ID$

$\Rightarrow$Suy ra I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

• Ta có: $SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=\sqrt{6a^2+2a^2}=2a\sqrt{2}$

$\Rightarrow R=IC=a\sqrt{2}\Rightarrow S=8\pi a^2$. **Chọn B.**

Câu 31: • Gọi O,O' lần lượt là tâm hình chữ nhật $ABCD; A'B'C'D'$



• Ta có đường cao khối nón: $h=OO'=AA'=3a$

• Bán kính $r=A'O'=\text{AO}$

$\Rightarrow AO=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{1}{2}\sqrt{AB^2+BC^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+(2a)^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

• Vậy thể tích khối nón đã cho là

$V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2.3a=\dfrac{5\pi a^3}{4}$.

Chọn B.

Câu 32: $9^x-2m.3^x+m^2-8m=0$

• Đặt $3^x=t\,(t>0)\Rightarrow x=\log_3 t \qquad \Rightarrow t^2-2mt+m^2-8m=0$

• Theo đề bài $x_1+x_2=2\Leftrightarrow \log_3 t_1+\log_3 t_2=2\Leftrightarrow t_1t_2=9$

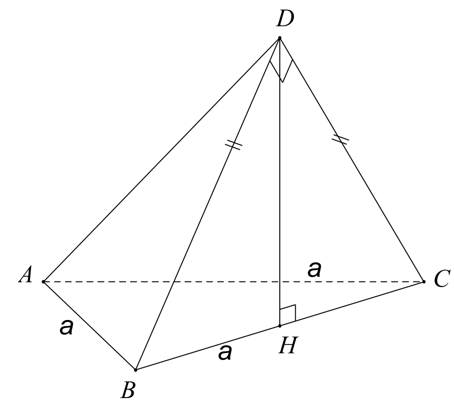
Vậy để phương trình (1) có 2 nghiệm x phân biệt

$\Rightarrow$ Phương trình (2) có 2 nghiệm t phân biệt thỏa mãn $t_1t_2=9$

$$\Rightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ m^2-8m=9\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m^2-m^2+8m>0\Rightarrow m>0\\ m^2-8m-9=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l}m=9\,(TM)\Rightarrow m=9\\ m=-1\,(L)\end{array}\right.\end{cases}$$

• Vậy tổng các phần tử S là 9. **Chọn B.**

Câu 33: • $\begin{cases}(DBC)\perp(ABC)\\ DH\perp BC\end{cases}\Rightarrow DH\perp(ABC)$ (H là trung điểm BC)



• $\Delta\, BCD$ vuông cân tại D:

$\Rightarrow DB^2+DC^2=BC^2=a^2\Leftrightarrow DB=DC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow DH=\dfrac{DB.DC}{BC}=\dfrac{a}{2}$

• Thể tích tứ diện $ABCD$ là:

$V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.DH.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **Chọn D.**

Câu 34: **Cách 1: Tự luận**

• Xét hàm số $y=x^3-4x^2+3$

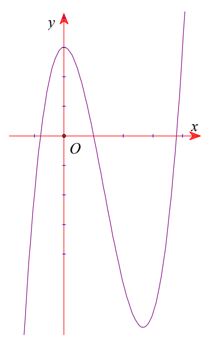
+ $y'=3x^2-8x$

+ Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-8x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\dfrac{8}{3}\end{array}\right.$

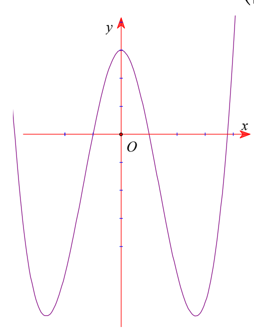
• BBT của hàm số:

x	$-\infty$		0		$\frac{8}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$\frac{-175}{27}$	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$



Đồ thị hàm số $y=f(|x|)$



• Vậy hàm số $y=f(|x|)$ có điểm 3 cực trị. **Chọn C.**

Cách 2: Trắc nghiệm

Công thức tính nhanh: Số cực trị hàm số $f(|x|)$ = 2× [Số điểm cực trị dương $f(x)$] + 1

Xét: $y=x^3-4x^2+3$

+ $y'=3x^2-8x$

+ Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-8x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\dfrac{8}{3}\end{array}\right.$ $\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị dương

$\Rightarrow$ Số điểm cực trị hàm số $f(|x|)=2\times1+1=3$ điểm cực trị.

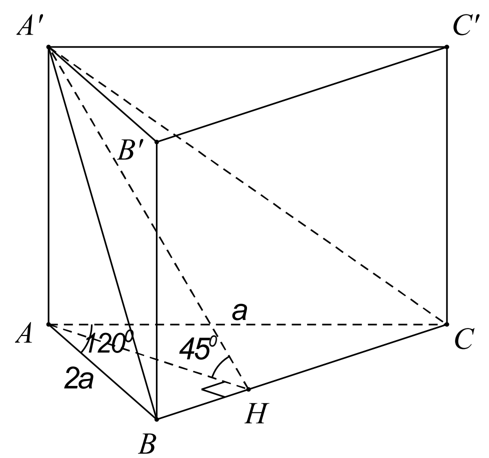
Câu 35: • Chú ý: $\left(\log_a u\right)' = \dfrac{u'}{u.\ln a}$

• Ta có: $f(x) = \log_{10}(x^{2019} - 2020x)$

$$f'(x) = \frac{2019x^{2018} - 2020}{\ln 10.\left(x^{2019} - 2020x\right)} = \frac{\left(2019x^{2018} - 2020\right).\log e}{x^{2019} - 2020x}$$

Chú ý: $\dfrac{1}{\ln 10} = \dfrac{\log_e e}{\log_e 10} = \log_{10} e = \log e$. **Chọn C.**

Câu 36:



• Gọi H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC, ta có:

$\angle A'HA = \angle\left(\left(A'BC\right),\left(ABC\right)\right) = 45^0$

$\Rightarrow A'A = AH$ ($\Delta A'HA$ vuông cân tại A)

• Ta có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos 120^0} = a\sqrt{7}$

• $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC.\sin 120 = \dfrac{1}{2}2a.a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Mà $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AH.BC$

$$\Rightarrow AH = \frac{2S_{ABC}}{BC} = \frac{2.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{7}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

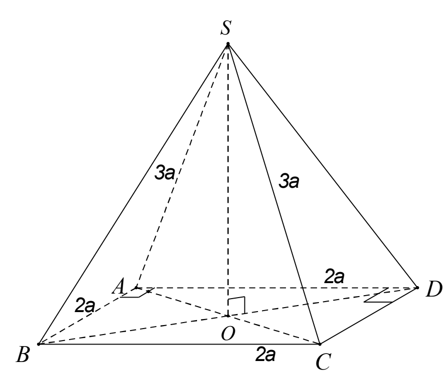
$\Rightarrow A'A = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.($\Delta A'HA$ vuông cân tại A)

• Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'A.S_{ABC} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{7}}{14}.$$

Chọn D.

Câu 37:



• Gọi O là tâm của đáy $ABCD$, ta có: $SO \perp \left(ABCD\right)$.

$OA = OC = \dfrac{AC}{2} = a\sqrt{2}$

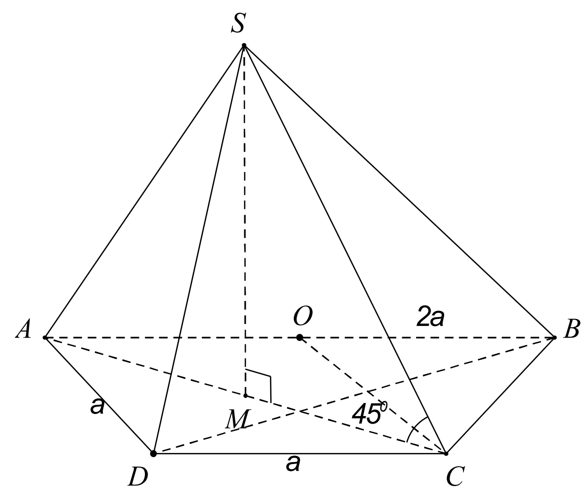
$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = a\sqrt{7}$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{SO.S_{ABCD}}{3} = \frac{SO.AB^2}{3} = \frac{4a^3\sqrt{7}}{3}.$$

Chọn A.

Câu 38: • Do khối đa diện đều loại {4;3} là khối lập phương nên diện tích S toàn phần của khối đa diện là: $S = 6.(2a)^2 = 24a^2$. **Chọn D.**

Câu 39:



• Gọi M là trung điểm của AC, khi đó ta có:

$SM \perp (ABCD)$

$\Rightarrow \widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{SCM} = 45^0$

$\Rightarrow \Delta SCM$ vuông cân tại M

$\Rightarrow SM = MC$

• Ta có: Gọi O là trung điểm của AB:

$AO = DC; AO // DC$ nên:

$ADCO$ là hình bình hành và $AD = DC$ nên:

$ADCO$ là hình thoi $\Rightarrow CO = AO = OB$.

• Chứng minh tương tự ta suy ra:

$DO = CO = AO = BO$

$\Rightarrow ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AB

$\Rightarrow \angle ACB = 90^0$

$\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow SM = MC = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{SM.S_{ABCD}}{3} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.3.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}}{3} = \dfrac{3a^3}{8}$.

Chọn D.

Câu 40: $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx + m$

- Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 6m.$

Giải: $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx + 6m = 0 (1)$.

- Để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, khi đó ta có:

$\Delta' = 9m^2 - 18m > 0 \Leftrightarrow 9m(m-2) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < 0 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 41: Xét : $g(x) = f(x^2 - 2).$

- $g'(x) = (2x-2) f'(x^2 - 2)$

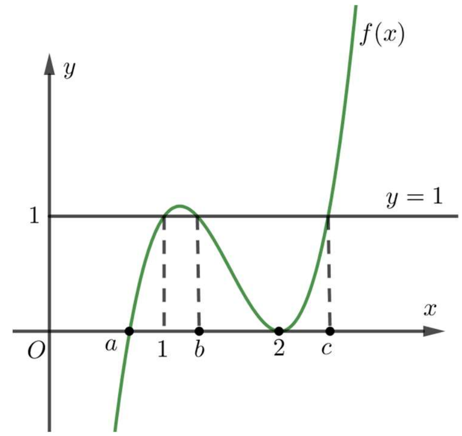
Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right. \text{(Nghiệm kép)} \\ \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right. \end{array}\right.$

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$			$\nearrow$			$\searrow$		$\nearrow$	

- Hàm số sẽ đồng biến trên các khoảng $(-2;1)$ và $(2;+\infty)$; nghịch biến trên các khoảng còn lại. **Chọn A.**

Câu 42: **Cách 1:** $g(x)=\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-1}}{x[f^2(x)-f(x)]}$



Điều kiện: $x\ge 1$

Cho mẫu = 0 $\Leftrightarrow x[f^2(x)-f(x)]\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 (Loại)\\ f(x)=0\\ f(x)=1\end{array}\right.$

+ Xét phương trình $f(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0,7\ (Loại)\\ x=2 (Nghiệm\ kép)\end{array}\right.$

+ Xét phương trình $f(x)=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\\ x=1,3\ (Thoả\ mãn)\\ x=2,4\end{array}\right.$

Xét tử = 0 $\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\\ x=2\end{array}\right.$

Khi đó nghiệm tử nghiệm mẫu triệt tiêu với nhau $\Rightarrow$ mẫu còn nghiệm $x=1,3; x=2,4, x=2$

Vậy có 3 tiệm cận đứng

Cách 2: Tự luận

• Điều kiện $x\ge 1$

$g(x)=\dfrac{\left(x^2-3x+2\right)\sqrt{x-1}}{x\left[f^2(x)-f(x)\right]}=\dfrac{(x-1)(x-2)\sqrt{x-1}}{x.f(x).\left[f(x)-1\right]}$

• Có:

$f(x)=\alpha(x-a)(x-2)^2$ với $a<1;\alpha\ne 0$.

$f(x)-1=\beta(x-1)(x-b)(x-c)$ với $b,c>1;\beta\ne 0$.

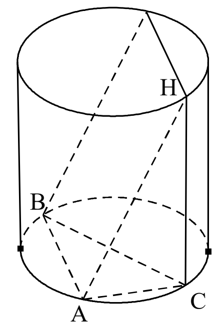
$\Rightarrow g(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)\sqrt{x-1}}{x.\alpha(x-a)(x-2)^2.\beta(x-1)(x-b)(x-c)}$

$=\dfrac{\sqrt{x-1}}{\alpha\beta.x(x-a)(x-2)(x-b)(x-c)}$

Sô tiệm cận đứng chính là số nghiệm phương trình $\alpha\beta.x(x-a)(x-2)(x-b)(x-c)=0\ \ (x\ge 1)$

Như vậy có 3 tiệm cận đứng là $x=2, x=b, x=c$. **Chọn A.**

Câu 43: • Kẻ HC vuông góc với đáy.



Ta có: $\begin{cases} AB \perp AH \\ AB \perp HC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (AHC) \Rightarrow AB \perp AC$

$\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A

$\Rightarrow$ BC là đường kính đường tròn đáy

• Gọi cạnh của hình vuông là a

Ta có: $HA = AB = a$; $HC = 10$; $BC = 20$

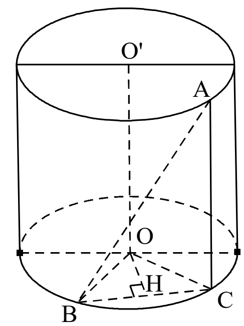
+ Xét ΔAHC vuông tại H: $AC = \sqrt{AH^2 - HC^2} = \sqrt{a^2 - 10^2}$

+ Xét ΔABC vuông tại A:

$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow a^2 + \left(a^2 - 10^2\right) = 20^2 \Leftrightarrow a^2 = 250\left(cm^2\right)$

Vậy diện tích hình vuông là $250\left(cm^2\right)$. **Chọn A.**

Câu 44: • Kẻ $OH \perp BC = \{H\}$; Kẻ AC vuông góc với đáy $\Rightarrow AC \perp OH$



$\Rightarrow OH \perp (ABC)$

Vì $OO'//AC \Rightarrow OO'//(ABC)$

$\Rightarrow d(OO', AB) = d(OO', (ABC)) = d(O, (ABC)) = OH = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

• Có: $BC = 2BH = 2\sqrt{OB^2 - OH^2} = 2\sqrt{a^2 - \dfrac{a^2}{2}} = a\sqrt{2}$

• Góc $\widehat{\left(AB, (ABC)\right)} = \widehat{ABC} = 45^0$

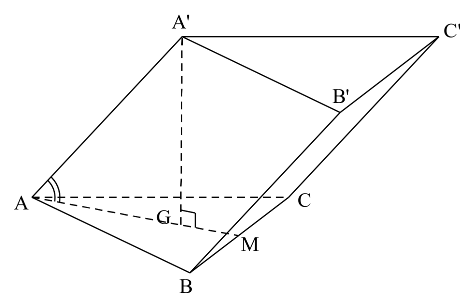
$\Rightarrow AC = BC = a\sqrt{2}$

Thể tích: $V = \pi.a^2.a\sqrt{2} = \pi a^3\sqrt{2}$. **Chọn B.**

Câu 45: • Có: $A'A = A'B = A'C$

Gọi G là trọng tâm ΔABC

$\Rightarrow A'G \perp (ABC)$



• Góc giữa cạnh bên và mặt đáy chính là góc giữa AA' và (ABC) là $\widehat{A'AG} = 60^\circ$

+ $AG = \dfrac{2AM}{3} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A'G = AG.\tan 60^\circ = a$

Thể tích: $V = a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn B.

Câu 46: • Ta có $f(x)=\left|\dfrac{x^2+mx+m}{x+1}\right|$ trên $[1;2]$

• Xét $g(x)=\dfrac{x^2+mx+m}{x+1}\Rightarrow g'(x)=\dfrac{(2x+m)(x+1)-x^2-mx-m}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}$

Cho $f'(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$

$\Rightarrow \underset{[1;2]}{Max}\, f(x)=\{f(1);f(2)\}=\left\{\left|\dfrac{2m+1}{2}\right|;\left|\dfrac{3m+4}{3}\right|\right\}$

+ TH1: $\begin{cases}Maxf(x)=\left|\dfrac{2m+1}{2}\right|=2\\ \left|\dfrac{2m+1}{2}\right|>\left|\dfrac{3m+4}{3}\right|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1,5\\m=-2,5\end{array}\right.\\ m<\dfrac{-11}{12}\end{cases}\Rightarrow m=-2,5$ thỏa mãn

+ TH2: $\begin{cases}Maxf(x)=\left|\dfrac{3m+4}{3}\right|=2\\ \left|\dfrac{3m+4}{3}\right|>\left|\dfrac{2m+1}{2}\right|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{2}{3}\\m=\dfrac{-10}{3}\end{array}\right.\\ m>\dfrac{-11}{12}\end{cases}\Rightarrow m=\dfrac{2}{3}$ thỏa mãn

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn $\Rightarrow$ **Chọn D.**

Câu 47: • Gọi $x,y(x,y>0)$ lần lượt là chiều rộng , chiều dài của đáy hố ga

• Gọi h là chiều cao của hố ga $(h>0)$. Ta có $\dfrac{h}{x}=2\Rightarrow h=2x$

$\Rightarrow$ Thể tích của hố ga là $V=xyh=25600\Rightarrow y=\dfrac{25600}{xh}=\dfrac{12800}{x^2}$

• Diện tích toàn phần của hố ga là :

$S=2xh+2yh+xy=4x^2+\dfrac{51200}{x}+\dfrac{12800}{x}=4x^2+\dfrac{32000}{x}+\dfrac{32000}{x}\ge 3.\sqrt[3]{4.32000^2}=4800$

+ Dấu "=" xảy ra khi $4x^2=\dfrac{32000}{x}\Rightarrow x=20\Rightarrow y=32$

$\Rightarrow$ Diện tích diện tích đáy của hố ga là $20.32=640\ cm^2$. **Chọn A.**

Câu 48: • Ta có $f(x)=\ln\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)$

$f'(x)=\dfrac{2}{x^3}.\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x^2}}=\dfrac{2}{x^3-x}=\dfrac{2}{x(x-1)(x+1)}=\dfrac{1}{x(x-1)}-\dfrac{1}{x(x+1)}$

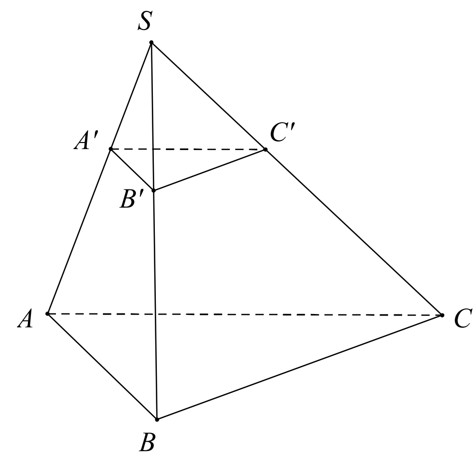
$\Rightarrow f'(2)+f'(3)+...+f'(2019)$

$=\dfrac{1}{1.2}-\dfrac{1}{2.3}+\dfrac{1}{3.4}-\dfrac{1}{4.5}+...+\dfrac{1}{2018.2019}-\dfrac{1}{2019.2020}$

$=\left(1-\dfrac{1}{2}\right)-\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)+...+\left(\dfrac{1}{2018}-\dfrac{1}{2019}\right)-\left(\dfrac{1}{2019}-\dfrac{2}{2020}\right)$

$=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2019.2020}=\dfrac{1010.2019-1}{2020.2019}\Rightarrow\begin{cases}a=1010.2019\\b=2020.2019\end{cases}\Rightarrow b=2a$. **Chọn A.**

Câu 49: • Do $(P)//(ABC) \Rightarrow A'B'C'$ là tam giác đều



+ Ta có $\dfrac{V_{SA'B'C'}}{V_{ABCA'B'C'}} = \dfrac{1}{7} \Rightarrow \dfrac{V_{SA'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{1}{8} = \left(\dfrac{SA'}{SA}\right)^3$

$\Rightarrow \dfrac{SA'}{SA} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{SA'}{SA} = \dfrac{SB'}{SB} = \dfrac{SC'}{SC} = \dfrac{1}{2} = \dfrac{h_{S.A'B'C'}}{h_{S.ABC}}$

+ Và $\dfrac{V_{SA'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{1}{8} = \dfrac{h_{S.A'B'C'}.S_{A'B'C'}}{h_{S.ABC}.S_{ABC}}$

$\Rightarrow S_{A'B'C'} = \dfrac{1}{8}.2.S_{ABC} = \dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{2}.a.a.\sin 60^\circ = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{16}$.

Chọn A.

Câu 50: • Đặt $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \dfrac{2a-b}{3} = t$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 16^t \\ b = 20^t \\ \dfrac{2a-b}{3} = 25^t \end{cases}$$

$\Rightarrow \dfrac{2.16^t - 20^t}{3} = 25^t$

$\Rightarrow \dfrac{2}{3}.\left(\dfrac{16}{25}\right)^t - \dfrac{1}{3}.\left(\dfrac{20}{25}\right)^t = 1$

$\Rightarrow \dfrac{2}{3}.\left[\left(\dfrac{4}{5}\right)^t\right]^2 - \dfrac{1}{3}.\left(\dfrac{4}{5}\right)^t = 1$

Dùng máy tính bấm nghiệm $\Rightarrow \left(\dfrac{4}{5}\right)^t = \dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow T = \dfrac{a}{b} = \dfrac{16^t}{20^t} = \left(\dfrac{4}{5}\right)^t = \dfrac{3}{2}$. **Chọn C.**