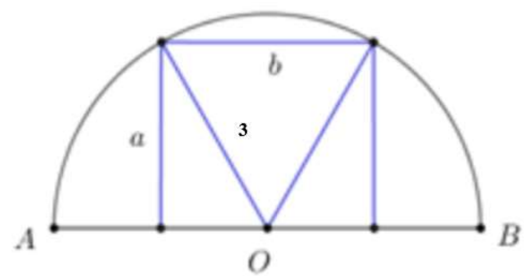
GIẢI CHI TIẾT
ĐỀ THI CUỐI HK1
THPT NGUYỄN GIA THIỀU – HÀ NỘI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.A	4.C	5.D	6.D	7.B	8.A	9.D	10.A
11.B	12.B	13.D	14.C	15.A	16.B	17.B	18.C	19.D	20.B
21.D	22.D	23.D	24.D	25.C	26.C	27.D	28.B	29.C	30.D
31.A	32.B	33.D	34.A	35.C	36.A	37.A	38.D	39.B	40.A
41.C	42.A	43.B	44.C	45.D	46.A	47.B	48.A	49.C	50.B

Câu 1. Gọi kích thước của miếng tôn như hình vẽ.



• Áp dụng định lý Pytago, ta có:

$$a^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2=3^2 \Leftrightarrow a^2=\frac{36-b^2}{4} \Leftrightarrow a=\frac{\sqrt{36-b^2}}{2}$$

• Khi đó, diện tích miếng tôn hình chữ nhật là:

$$S=ab=\frac{b\sqrt{36-b^2}}{2}$$

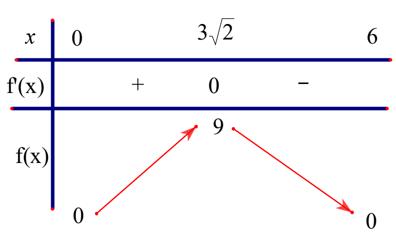
Xét hàm số: $f\left(x\right)=\dfrac{b.\sqrt{36-b^2}}{2}$

+ TXĐ: $D=\left(0;6\right]$

+ $f'\left(x\right)=\dfrac{1}{2}.\left[\sqrt{36-b^2}+b.\dfrac{-b}{\sqrt{36-b^2}}\right]=\dfrac{1}{2}\left[\sqrt{36-b^2}-\dfrac{b^2}{\sqrt{36-b^2}}\right]=\dfrac{36-2b^2}{2\sqrt{36-b^2}}$

+ Cho $f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow 36-2b^2=0 \Leftrightarrow b^2=18 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=3\sqrt{2}(TM) \\ b=-3\sqrt{2}(L) \end{array}\right.$

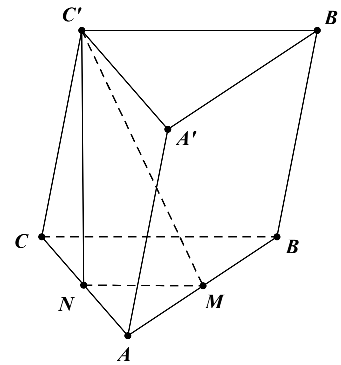
+ BBT:



Vậy diện tích lớn nhất của HCN bằng 9.

Chú ý: Cách khác để tìm Min max của $f\left(x\right)=\dfrac{b.\sqrt{36-b^2}}{2}$. Dùng chức năng Mode + 7 chạy thông số $Start=0, End=6, Step=\dfrac{6}{19}$ thu được giá trị $MAX=9$.**Chọn B.**

Câu 2. • $V_{C'.AMN} = \frac{1}{3}.d_{(C',(AMN))}.S_{\Delta AMN}$



$= \frac{1}{2}.d_{(C,(AMN))}.\left(\frac{1}{2}AN.AM.\sin\widehat{MAN}\right)$

$= \frac{1}{3}.d_{(C,(AMN))}.\left(\frac{1}{2}.\frac{AB}{2}.\frac{AC}{2}.\sin\widehat{MAN}\right)$

$= \frac{1}{3}d\left(C',(AMN)\right).\left(\frac{1}{2}ABAC.\sin\widehat{MAN}\right).\frac{1}{4}$ \

Mà $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ABAC.\sin\widehat{MAN}$

$\Rightarrow V_{C'.AMN} = \frac{1}{4}.\frac{1}{3}\left[d\left(C',(AMN)\right).S_{\Delta ABC}\right]$

$\Leftrightarrow V_{C'.AMN} = \frac{1}{4}.\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{12}V$. **Chọn C.**

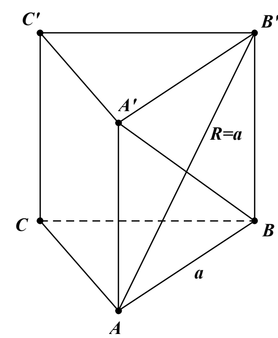
Câu 3. Dựa vào bảng biến thiên:

+ Đạo hàm đổi dấu khi qua điểm $x=0$ nhưng hàm số không xác định tại $x=0$ $\Rightarrow$ $x=0$ không là cực trị của hàm số

+ Đạo hàm đổi dấu khi qua $x=1$ và hàm số xác định tại $x=1$ $\Rightarrow$ $x=1$ là điểm cực trị

Khẳng định ý A sai vì hàm số chỉ có 1 điểm cực trị. **Chọn A.**

Câu 4.



• $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đều

$\Rightarrow ABC$ là tam giác đều và mặt bên $ABB'A'$ là hình chữ nhật

$\Rightarrow AB' = 2R = 2a$

• Xét tam giác ABB' có: $BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$

• $V_{ABC.A'B'C'} = BB'.S_{ABC} = a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$.

Chọn C.

Câu 5. • Xét hàm số: $y = 3x - 4x^3$

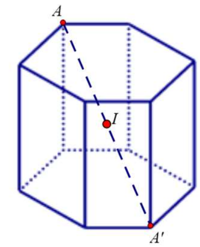
+ $y' = 3 - 12x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\frac{1}{2}$

+ Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1/2		1/2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **Chọn D.**

Câu 6.

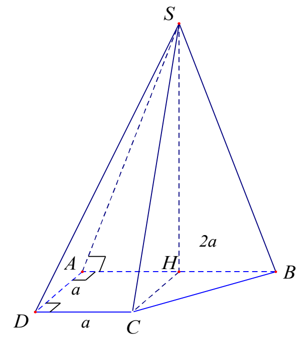


• Hình tứ diện đều không có tâm đối xứng

Tâm đối xứng là điểm mà nếu ta lấy một điểm bất kì trên khối đa diện, sau đó lấy đối xứng qua tâm thì điểm còn lại cũng thuộc chính đa diện đó (ví dụ như hình bên).

Chọn D.

Câu 7. • Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$



• ΔABC đều $\Rightarrow SH = AB.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

• $S_{ABCD} = \dfrac{(AB+CD).AD}{2} = \dfrac{(a+2a).a}{2} = \dfrac{3a^2}{2}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.\dfrac{3a^2}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Chọn B.

Câu 8. • Hàm số lũy thừa $y = x^{\alpha}$ có số mũ nguyên âm $\Rightarrow x \neq 0$

• $f(x) = (4x^2-1)^{-1}$ xác định khi $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm\dfrac{1}{2}$. **Chọn A.**

Câu 9. • Ta có: $\begin{cases} a^{\frac{\sqrt{3}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \\ \log_b \dfrac{3}{4} < \log_b \dfrac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < a < 1 & \left(Vì\,\dfrac{\sqrt{3}}{3} < \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ b > 1 & \left(Vì\,\dfrac{3}{4} < \dfrac{4}{5}\right) \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 10. • Xét $2^{x^2-1} = 5^{x+1}$

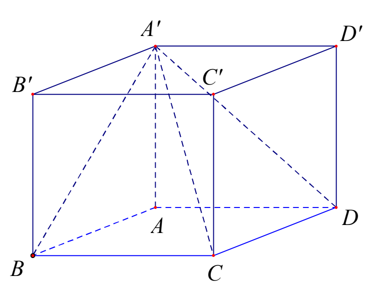
$\Leftrightarrow x^2 - 1 = \log_2 5^{x+1}$

$\Leftrightarrow x^2 - (x+1)\log_2 5 - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - (\log_2 5)x - 1 - \log_2 5 = 0$

$\Rightarrow$ Tổng các nghiệm của phương trình: $x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a} = \log_2 5$. **Chọn A.**

Câu 11: • Ta có: $\dfrac{V_{A'.ABCD}}{V_{A'B'C'D'.ABCD}} = \dfrac{\frac{1}{3}.A'A.S_{ABCD}}{A'A.S_{ABCD}} = \dfrac{1}{3}$.

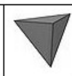
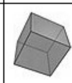
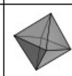


Chọn B.

Câu 12: • Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là khối bát diện đều nên có 8 đỉnh

Chú ý bảng sau:

Bảng tóm tắt của năm loại khối đa diện đều

Khối đa diện đều		Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Ký hiệu $\{p, q\}$	Số MPĐX
Kứ diện đều		4	6	4	{3, 3}	6
Khối Lập Phương		8	12	6	{4, 3}	9
Khối Tám Mặt Đều		6	12	8	{3, 4}	9
Khối Mười Hai Mặt Đều		20	30	12	{5, 3}	15
Khối Hai Mươi Mặt Đều		12	30	20	{3, 5}	15

Chọn B.

Câu 13: $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-5;\ y'=x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow y=\frac{-11}{3}\\ x=3\Rightarrow y=-5\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{-11}{3}$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

• Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(3;-5)$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm cực tiểu: $y=y'(3).(x-3)-5=0.(x-3)-5=-5$

$\Rightarrow$ Tiếp tuyến song song với trục hoành. **Chọn D.**

Câu 14: $y=-2x^4+4x^2+3$

• Ta có: $y'=-8x^3+8x$

• Giải: $y'=0\Leftrightarrow-8x^3+8x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\end{array}\right.(do\,x\in[0;2])$

• Xét các giá trị $y(0)=3;y(1)=5;y(2)=-13$ nên giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất cần tìm lần lượt là: $5;-13$. **Chọn C.**

Câu 15: • $y=x.\ln(ax)$

• Ta có: $y'=x'.\ln(ax)+x.[\ln(ax)]'=\ln(ax)+x.\frac{a}{ax}=\ln(ax)+1.$

$\Rightarrow y''=[\ln(ax)+1]'=\frac{a}{ax}=\frac{1}{x}$. **Chọn A.**

Câu 16: • Nhận xét:

$0 <$ Số có 1 chữ số $\leq 10^1$

$10^1 <$ Số có 2 chữ số $\leq 10^2$

....

$10^{n-1} <$ Số có n chữ số $\leq 10^n$

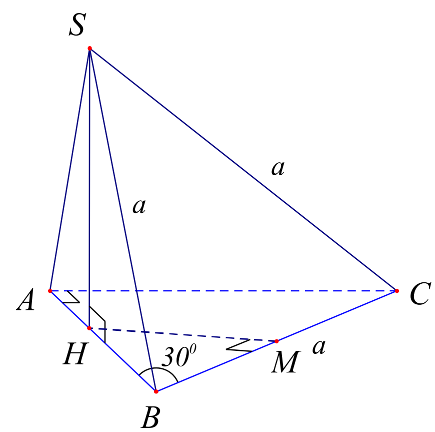
Vậy $3^{2020} \leq 10^n \Leftrightarrow n \geq \log_{10} 3^{2020} \Leftrightarrow n \geq 2020.\log_{10} 3 \Leftrightarrow n \geq 963,78$

Vậy $n = 964$

Chú ý: Công thức tính nhanh số chữ số của một số bất kì

Số chữ số = Phần nguyên [log (Số đó)] + 1. **Chọn B.**

Câu 17: • Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên AB :



• Do $(SAB) \perp (ABC)$ nên: $SH \perp (ABC)$

$$\Rightarrow \begin{cases} HB = \sqrt{SB^2 - SH^2} \\ HC = \sqrt{SC^2 - SH^2} \end{cases}$$

Mà $SB = SC$ do ΔSBC đều

$\Rightarrow HB = HC$

$\Rightarrow$ H phải thuộc tia trung trực của BC

$\Rightarrow H$ là giao điểm của AB và trung trực của BC

• Gọi M là trung điểm BC, ta có:

$$BM = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}; AB = BC.\cos 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

• Ta có: $\Delta ABC \sim \Delta MBH$ do:

$+ \widehat{A} = \widehat{M} = 90^o$

$+ \widehat{B}$: chung

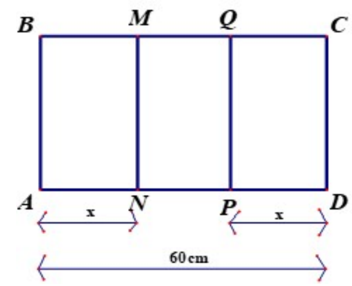
$$\Rightarrow \frac{AB}{MB} = \frac{BC}{BH} \Leftrightarrow BH = \frac{BC.MB}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \Rightarrow SH = \sqrt{SB^2 - HB^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

• Xét ΔABC vuông tại A: $AC = \tan 30^o.AB = \frac{1}{\sqrt{3}}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{2}$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{SH.S_{ABC}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}.$$ **Chọn B.**

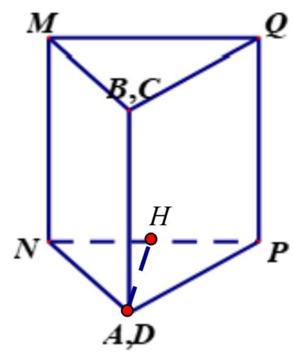
Câu 18: • Ta có: $2^{x^2-3} = 64 \Leftrightarrow 2^{x^2-3} = 2^6 \Leftrightarrow x^2 - 3 = 6 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$. **Chọn C.**

Câu 19



- Đặt $AN = PD = x \Rightarrow NP = 60 - 2x$
- Gọi H là trung điểm của NP, tam giác ANP cân :
$\Rightarrow AH \perp NP$
- Suy ra diện tích tam giác ANP là:

$$S_{\Delta ANP} = \frac{AH.NP}{2} = \frac{\sqrt{AN^2 - NH^2}}{2}.NP = (30 - x)\sqrt{60x - 900}$$



- Thể tích khối lăng trụ ANP.BMQ là:

$V = AB.S_{ANP} = 40.(30 - x)\sqrt{60x - 900}$

- Xét hàm số $f(x) = 40(30 - x)\sqrt{60x - 900}$ trên đoạn [15;30]

Dùng máy tính chức năng Mode + 7 nhập thông số

$Start = 15, End = 30, \text{Step} = \frac{15}{19}$ thu được: $Maxf(x) \approx 6920$

$\Rightarrow V_{Max} = 4000\sqrt{3}\left(cm^3\right)$. **Chọn D.**

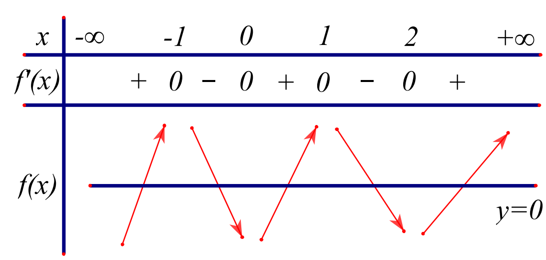
Câu 20: • Ta có: $|f(x)| = \sqrt{f^2(x)} \Rightarrow \left(|f(x)|\right)' = \left[\sqrt{f^2(x)}\right]' = \frac{f'(x).f(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$

- Khi đó số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là số nghiệm bậc lẻ của phương trình:

$$f'(x).f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \end{array}\right.$$

- Ta có:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left(x^3 - 2x^2\right)\left(x^3 - x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$



+ Vậy $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm, để hàm số đạt tối đa số cực trị $\Rightarrow f(x) = 0$ phải có nhiều nghiệm nhất

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 0$ tại nhiều điểm nhất $\Rightarrow$ Tối đa có 5 nghiệm

$\Rightarrow$ Phương trình $f'(x).f(x) = 0$ có tối đa 9 nghiệm hay hàm số $y = |f(x)|$ có tối đa 9 điểm cực trị. **Chọn B.**

Câu 21: •Ta có $y = mx^3 - x^2 - 2x + 8m = 0$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ g(x) = mx^2 - (2m+1)x + 4m = 0 \end{array}\right.$$

•Để hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

$\Rightarrow$ Phương trình $g(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác -2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = (2m+1)^2 - 16m^2 > 0 \\ g(-2) = 12m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -12m^2 + 4m + 1 > 0 \\ m \neq \dfrac{-1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\dfrac{1}{6} < m < \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

•Mà $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 21 \Leftrightarrow (-2)^2 + x_2^2 + x_3^2 = 21 \Rightarrow x_2^2 + x_3^2 = 17$

$\Leftrightarrow (x_2 + x_3)^2 - 2x_2.x_3 = 17$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2m+1}{m}\right)^2 - 8 = 17 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{2m+1}{m} = 5 \Rightarrow m = \dfrac{1}{3}(\text{TM}) \\ \dfrac{2m+1}{m} = -5 \Rightarrow m = -\dfrac{1}{7}(\text{TM}) \end{array}\right.$$

Vậy tổng các giá trị của m là $\frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{4}{21}$. **Chọn D.**

Câu 22: •Ta có $y = \frac{x+1}{x-1} = 2x$ (ĐK $x \neq 1$)

$\Rightarrow x + 1 = 2x^2 - 2x \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 1 = 0$

•Nhận thấy $\Delta = 9 + 8 > 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm $\Rightarrow x_1.x_2 = \frac{-1}{2}$. **Chọn D.**

Câu 23: • Ta có $y = \log_{\sqrt{3}} x$

• Mà $y = \left(\sqrt{3}\right)^x \Rightarrow x = \log_{\sqrt{3}} y$

Vậy đồ thị của hai hàm số đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$. **Chọn D.**

Câu 24: •Ta có $\frac{1}{2}\log\left(4x^2\right) - \log(x+2) = 0$

•ĐK $\begin{cases} x + 2 > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \neq 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(\log(4) + \log(x^2)) - \log(x+2) = 0$

$\Rightarrow \log(2) + \log(|x|) - \log(x+2) = 0$

$\Rightarrow \log\left(\frac{2|x|}{x+2}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2|x|}{x+2} = 1 \Rightarrow 2|x| = x + 2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = x + 2 \ \ (x \geq 0) \Rightarrow x = 2(\text{TM}) \\ -2x = x + 2 \ \ (x < 0) \Rightarrow x = \dfrac{-2}{3}(\text{TM}) \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm. **Chọn D.**

Câu 25: • Ta có $y=\dfrac{x^4}{4}-2x^2+1$

Hệ số $a>0$ $\Rightarrow$ Từ trái sang phải nét cuối của đồ thị đi lên $\Rightarrow$ Loại B,D

• Đồ thị đi qua điểm $(0;1)$. **Chọn C.**

Câu 26: • Diện tích của khối cầu là $4\pi.1^2=4\pi$

• Số tiền tối thiểu là $4\pi.200000=2513274$. **Chọn C.**

Câu 27: • Mẫu cacbon C^{14} mất 10% khối lượng $\Rightarrow$ còn lại 90% khối lượng m_0 $\Rightarrow m=0,9m_0$

$\Leftrightarrow 0,9m_0=m_0.e^{-1,21.10^{-4}t}$

$\Leftrightarrow 0,9=e^{-1,21.10^{-4}t}$ **Chọn D.**

$\Leftrightarrow -1,21.10^{-4}t=\log_e 0,9 \Rightarrow t\approx 870,74$

Câu 28: • Xét hàm số $y=f(1-2x)+2020$

• Ta có $y'=-2.f'(1-2x)$

• Hàm số đồng biến khi $y'=-2.f'(1-2x)>0 \Leftrightarrow f'(1-2x)<0$

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta thấy $f'(x)<0 \Leftrightarrow 1<x<2$

Vậy $f'(1-2x)<0 \Leftrightarrow 1<1-2x<2 \Leftrightarrow \dfrac{-1}{2}<x<0$. **Chọn B.**

Câu 29: • Ta có $P=\log^2_{\frac{x}{y}} x^2-3\log_y \dfrac{y}{x}$

$$\Leftrightarrow P=\left(2\log_{\frac{x}{y}} x\right)^2-3(\log_y y-\log_y x) \;\; \Leftrightarrow P=\left(2\log_{\frac{x}{y}} x\right)^2+3(\log_y x-1)$$

$$\Leftrightarrow P=4\left(\frac{1}{\log_x \frac{x}{y}}\right)^2+3\left(\frac{1}{\log_x y}-1\right)$$

$$\Leftrightarrow P=\frac{4}{\left(\log_x \frac{x}{y}\right)^2}+\frac{3}{\log_x y}-3$$

$$\Leftrightarrow P=\frac{4}{(1-\log_x y)^2}+\frac{3}{\log_x y}-3$$

• Đặt $t=\log_x y$

Do $x>y>1 \Rightarrow \log_x x>\log_x y>\log_x 1 \Leftrightarrow 1>\log_x y>0 \Leftrightarrow 1>t>0$)

+ Xét $f(t)=\dfrac{4}{(1-t)^2}+\dfrac{3}{t}-3$ với $t\in(0;1)$

+ $f'(t)=\dfrac{-8}{(t-1)^3}-\dfrac{3}{t^2}=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{3}$ (Thỏa mãn)

+ Ta có BBT:

t	$-\infty$	0		$\frac{1}{3}$		1	$+\infty$
f'(t)			-	0	+		
f(t)			$+\infty$	15	$+\infty$		

Vậy $MinP=15$.

Chọn C.

Câu 30: •Ta có $\sin^3 x - 3\sin x - m = 0$ trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$

+ Đặt $t = \sin x \Rightarrow 0 \le t \le 1$

+ Phương trình trở thành $t^3 - 3t - m = 0 \Leftrightarrow m = t^3 - 3t$

+ Xét $f(t) = t^3 - 3t$ với $t \in [0;1]$

$\Rightarrow f'(t) = 3t^2 - 3 \Rightarrow f'(t) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1(TM) \\ t = -1(L) \end{array}\right.$

•Ta có BBT:

t	-∞	0		1	+∞
f'(t)			-	0	
f(t)		0		-2	

Để phương trình có nghiệm thì $-2 \le m \le 0$ mà $m \in Z \Rightarrow m = \{-2;-1;0\}$. **Chọn D.**

Câu 31: •Ta có $y = -x^3 + mx^2 - m$

$\Rightarrow y' = -3x^2 + 2mx$

•Có: $y' \ge 0 \quad \forall x \in (1;2)$

$\Leftrightarrow -3x^2 + 2mx \ge 0 \quad \forall x \in (1;2)$

$\Leftrightarrow x(-3x + 2m) \ge 0 \quad \forall x \in (1;2)$

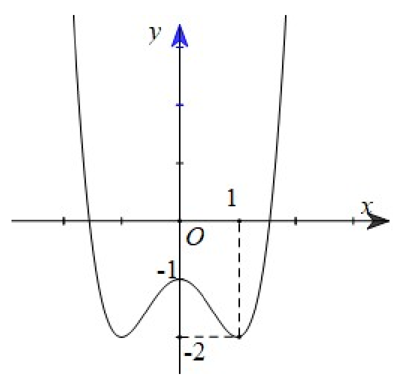
$\Leftrightarrow -3x + 2m \ge 0 \quad \forall x \in (1;2)$

$\Leftrightarrow m \ge \dfrac{3}{2}x \quad \forall x \in (1;2)$

$\Rightarrow m \ge Max\left(\dfrac{3}{2}x\right)$ trên $(1;2)$

$\Rightarrow m \ge 3$. **Chọn A.**

Câu 32: • $f\left(|x|\right) = m \quad (1)$



+ Đặt $|x| = t \ge 0$

$\Rightarrow$ phương trình trở thành $f(t) = m$ (2) với $t \ge 0$

• Để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$\Rightarrow$ Phương trình (2) phải 1 nghiệm $t > 0$ hoặc có 2 nghiệm t trái dấu

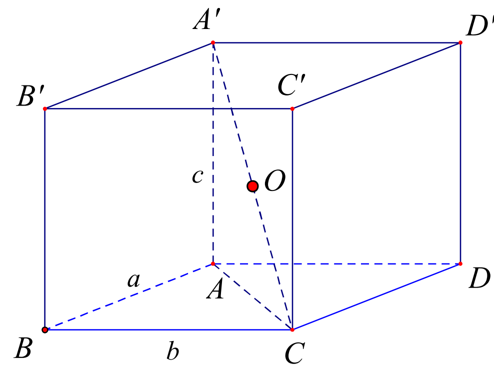
TH1: $f(t) = m$ có 1 nghiệm t dương $\Rightarrow m > -1$

TH2: $f(t) = m$ có 2 nghiệm trái dấu $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} m > -1 \\ m = -2 \end{array}\right.$

•Vậy $m = -2$ và $m > -1$ là những giá trị thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 33: • Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật chính là nửa đường chéo chính của hình hộp chữ nhật

$\Rightarrow R = \dfrac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}$



Chứng minh: Hình hộp chữ nhật là lăng trụ đứng có cạnh bên vuông đáy

$\Rightarrow$Bán kính mặt cầu ngoại tiếp: $R = \sqrt{r^2 + \dfrac{h^2}{4}}$

(Công thức tính nhanh)

+ Đáy là hình chữ nhật $r = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$

+ Chiều cao $h = c$

Vậy $R = \sqrt{r^2 + \dfrac{h^2}{4}} = \sqrt{\dfrac{1}{4}\left(a^2+b^2\right) + \dfrac{c^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}$. **Chọn D.**

Câu 34: • Ta có $\log_a\left(\dfrac{a^2\sqrt[3]{a^2}.\sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}}\right) = \log_a\left(\dfrac{a^{2+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}}\right) = \log_a(a^3) = 3$. **Chọn A.**

Câu 35: **Cách 1:** • Ta có $y = \dfrac{x^3+3x^2-4}{x^3-1}$

Tìm tiệm cận ngang: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^2+4x+4}{x^2+x+1} = 1$

$\Rightarrow$ Đồ thị chỉ có một tiệm cận ngang là $y = 1$.

Cách 2: Nhận thấy Bậc cao nhất tử số = Bậc cao nhất mẫu số

(Áp dụng cho tử và mẫu là hàm đa thức, không chứa căn)

$\Rightarrow$ Luôn có 1 Tiệm cận ngang là $y = \dfrac{1}{1} = 1$ (hệ số chia nhau)

Chú ý: + Nếu bậc tử > bậc mẫu $\Rightarrow$ Không có TCN

+ Nếu bậc tử < bậc mẫu $\Rightarrow$ Có 1 tiệm cận ngang ($y = 0$). **Chọn C.**

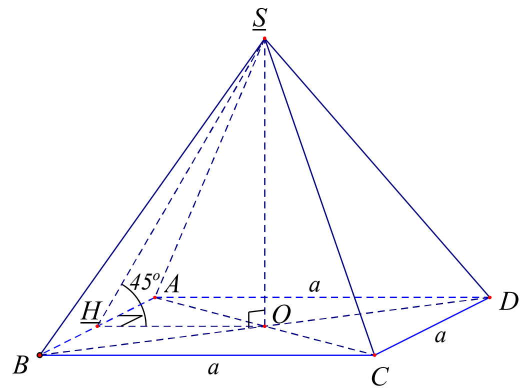
Câu 36: • $y = \dfrac{2x-3}{x-1} \Rightarrow y' = \dfrac{1}{(x-1)^2}$

• $d: y = 2x + m \Rightarrow y' = 2$

• Để hai đồ thị tiếp xúc nhau $\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{2x-3}{x-1} = 2x + m & (1) \\ \dfrac{1}{(x-1)^2} = 2 & (2) \end{cases}$

(2) $\Leftrightarrow (x-1)^2 = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} + 1 \\ x = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} + 1 \end{array}\right.$; Thay vào (1) ta có: $\left[\begin{array}{l} m = -2\sqrt{2} \\ m = 2\sqrt{2} \end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 37: • Xét khối chóp $SABCD$ đều có mặt bên (SAB) tạo với đáy góc $45°$. Gọi H là trung điểm AB, O là tâm $ABCD$



$\Rightarrow \widehat{(SAB),(ABCD)} = \widehat{SHO} = 45^0$

$\Rightarrow SO = HO = \frac{1}{2}AD = \frac{a}{2}$

Xét ΔSAO vuông tại O:

$$SA = \sqrt{SO^2 + AO^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

• Áp dụng công thức tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp đều

$$R = \frac{(canh\ ben)^2}{2.(chieu\ cao)} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2.\left(\frac{a}{2}\right)} = \frac{3a}{4}$$

• Thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{3a}{4}\right)^3 = \frac{9}{16}\pi a^3$. **Chọn A.**

Câu 38: • Từ BBT ta thấy hàm số thỏa mãn phải là hàm số nghịch biến trên R

• Xét đáp án C: $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

$$\Rightarrow y' = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x\right)' = \left(\frac{1}{2}\right)^x \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{\ln 2}{2^x} < 0 \quad \forall x \in R$$

Tuy nhiên hàm số mũ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ có miền giá trị $(0;+\infty)$, mà bảng biến thiên lại có $-\infty$

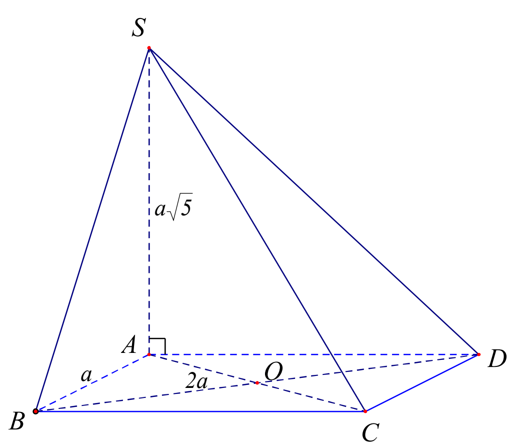
$\Rightarrow$ Loại C

• Xét đáp án D: $y = -x^3 + 3x^2 - 4x + 2$

$\Rightarrow y' = -3x^2 + 6x - 4 < 0 \forall x \in R$. **Chọn D.**

Câu 39: • $S_{ABCD} = AB.BC = AB.\sqrt{AC^2 - BA^2} = a.a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3}$

$$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{5}.a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$$



Chọn B.

Câu 40: • Ta có $y=\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2}(m+1)x^2-(m+2)x+1$

$\Rightarrow y'=x^2+(m+1)x-(m+2)$

$\Rightarrow y''=2x+m+1$

• Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ thì

$$\begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+m+1-m-2=0 \\ 2+m+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0=0 \\ m>-3 \end{cases}$$

Vậy $m>-3$ **Chọn A.**

Câu 41: • Vì hàm số $y=\log_a x, y=\log_b x$ đồng biến

$\Rightarrow a>1, b>1$

• Quan sát đồ thị thấy đồ thị hàm số $y=\log_a x$ cao hơn đồ thị hàm số $y=\log_b x$

$\Rightarrow \log_a x>\log_b x$

$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_x a}>\frac{1}{\log_x b}$

$\Leftrightarrow \log_x a<\log_x b$

$\Leftrightarrow a<b$

$\Rightarrow b>a>1$

• Hàm số $y=c^x$ là hàm số nghịch biến

$\Rightarrow 0<c<1$

Vậy $b>a>c$. **Chọn C.**

Câu 42: $\log_2\left(x+3^{\log_6 x}\right)=\log_6 x$; Điều kiện: $x+3^{\log_6 x}>0$

•Đặt $t=\log_6 x \Rightarrow x=6^t$

$\Rightarrow \log_2\left(6^t+3^t\right)=t$

$\Leftrightarrow 6^t+3^t=2^t$

$\Leftrightarrow 3^t+\left(\frac{3}{2}\right)^t=1$

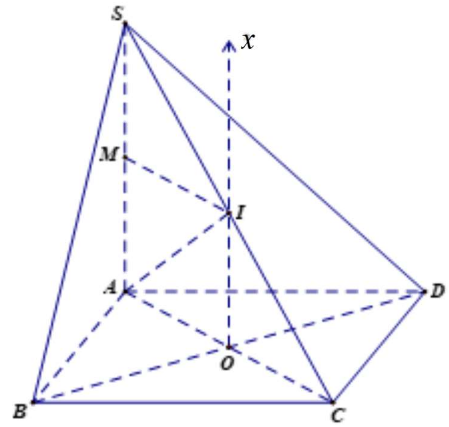
•Ta thấy $f(t)=3^t+\left(\frac{3}{2}\right)^t$ luôn đồng biến trên R và $f(-1)=1$ nên phương trình trên sẽ có duy nhất một nghiệm $t=-1$.

$\Rightarrow \log_6 x=-1 \Leftrightarrow x=6^{-1}=\frac{1}{6}$

Thay vào điều kiện: $\frac{1}{6}+3^{\log_6\frac{1}{6}}=\frac{1}{2}>0$ (Thỏa mãn)

$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=6 \end{cases} \Rightarrow a+b=7$. **Chọn A.**

Câu 43: **Cách 1:** • Ta có góc $\left(\widehat{SC;\left(ABCD\right)}\right)=\widehat{SCA}=60^o$



$\Rightarrow \tan\widehat{SCA}=\tan 60^o=\sqrt{3}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{SA}{a\sqrt{2}}\Rightarrow SA=a\sqrt{6}$

• Kẻ $AC\cap BD=\{O\}$; dựng $Ox\perp\left(ABCD\right)$.

• Lấy điểm M là trung điểm SA.

Dựng $MI\perp SA$

$\Rightarrow$ I thuộc trung trực MI của cạnh bên SA

$\Rightarrow IS=IA$

• Lại có I thuộc tia đi qua tâm mặt phẳng đáy

$\Rightarrow IA=IB=IC=ID$

Vậy $IS=IA=IB=IC=ID$

$\Rightarrow$ I là tâm mặt cầu và IA là bán kính mặt cầu cần tìm.

• Xét tam giác IOA vuông tại O

$$IA=R=\sqrt{IO^2+AO^2}=\sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2+AO^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=a\sqrt{2}$$

$\Rightarrow S_{cau}=4\pi R^2=4\pi\left(a\sqrt{2}\right)^2=8\pi a^2$. **Chọn B.**

Cách 2: Công thức tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp có cạnh bên vuông đáy

$$R=\sqrt{r^2+\frac{h^2}{4}}$$

Trong đó:

r là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy: $r=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

h là chiều cao: $h=SA=a\sqrt{6}$

$$\Rightarrow R=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+\frac{\left(a\sqrt{6}\right)^2}{4}}=a\sqrt{2}$$

Câu 44: • Ta có $y' = 3x^2 - 6(a-1)x - 3(2a-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2a-1 \end{array}\right.$

• **TH1:** Giả sử $-1 < 2a - 1 \Leftrightarrow a > 0$.

Ta có BBT:

x	$-\infty$		-1		$2a-1$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$						

$\Rightarrow$ Hàm số luôn có cực đại, cực tiểu

•**TH2:** Giả sử $-1 > 2a - 1 \Leftrightarrow a < 0$.

Ta có BBT:

x	$-\infty$		$2a-1$		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							$+\infty$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-\infty$						

$\Rightarrow$ Hàm số luôn có cực đại, cực tiểu.

• **TH3:** Giả sử $-1 \neq 2a - 1 \Leftrightarrow a \neq 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a > 0 \\ a < 0 \end{array}\right.$.

Đây là trường hợp bao gồm cả 2 TH1 và TH2

$\Rightarrow$ Hàm số luôn có cực đại, cực tiểu

• **TH4:** Giả sử $-1 = 2a - 1 \Leftrightarrow a = 0$

$\Rightarrow y' = 3x^2 + 6x + 3 = 3(x+1)^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Hàm số luôn đồng biến khi $a = 0$

Vậy đáp án C sai. **Chọn C.**

Câu 45: • Xét phương trình: $x^2 - 4x + m = 0$ (*)

Để đồ thị hàm số có 1 Tiệm cận đứng

$\Rightarrow$ Phương trình (*) phải có 1 nghiệm kép $\neq 2$ hoặc (*) có 2 nghiệm nhưng có 1 nghiệm trùng với nghiệm tử

+ **TH1**: Phương trình có 1 nghiệm kép $\neq 2$ $\Rightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 4m = 0 \\ -4 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m \neq 4 \end{cases}$ (Loại)

+ **TH2:** Xét phương trình Tử số = 0 $\Leftrightarrow x = 2$

$\Rightarrow$ Phương trình (*) có 2 nghiệm, trong đó 1 nghiệm $x = 2$

$\Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 4m > 0 \\ 2^2 - 4.2 + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m = 4 \end{cases}$ (Loại)

Vậy Không có m thỏa mãn **Chọn D.**

Câu 46: Hàm số nghịch biến trên $R \Leftrightarrow y' \le 0 \forall x \in \mathbb{R}$ và hàm số phải liên tục trên R

- Xét đáp án A: $y = -x^3 + 2x^2 - 10x \Rightarrow y' = -3x^2 + 4x - 10 < 0 \forall x \in R$. Vậy A đúng.
- Xét đáp án B: $y = -x^4 - x^2 - 1 \Rightarrow y' = -4x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Loại B.
- Xét đáp án C: $y = \dfrac{x+2}{x-3}$, hàm số có điều kiện $x \ne 3 \Rightarrow$ Hàm số không liên tục trên R. Loại C.
- Xét đáp án D: $y = \cos x \Rightarrow y' = -\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Loại D. **Chọn A.**

Câu 47: $V_{chop} = \dfrac{1}{3}.h.S_d$

- Khi giảm diện tích đa giác xuống $\dfrac{1}{3}$ lần thì $S' = \dfrac{1}{3}S$
- Giữ nguyên chiều cao $\Rightarrow V' = \dfrac{1}{3}.h.S' = \dfrac{1}{3}.h.\dfrac{1}{3}S_d = \dfrac{1}{3}V$. **Chọn B.**

Câu 48: • Cách 1: Tự luận

$$M = \frac{a^{\frac{1}{2}}.\sqrt[3]{b} + b^{\frac{1}{2}}.\sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}.b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = a^{\frac{1}{3}}.b^{\frac{1}{3}}.\frac{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = a^{\frac{1}{3}}.b^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}.\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}.$$

• Cách 2: Trắc nghiệm

Với a, b là các số thực dương $\Rightarrow$ Chọn $a = 2, b = 3$

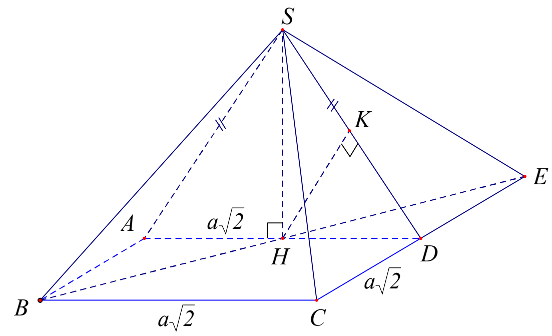
Nhập biểu thức $M = \dfrac{A^{\frac{1}{2}}.\sqrt[3]{B} + B^{\frac{1}{2}}.\sqrt[3]{A}}{\sqrt[6]{A} + \sqrt[6]{B}}$ vào máy tính, bấm $CALC$ cho $A = 2, B = 3$

$\Rightarrow M = 1,817$

Thay $a = 2, b = 3$ vào 4 đáp án. Thử đáp án A: $M = \sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{6} = 1,817$. **Chọn A.**

Câu 49: • Kẻ $SH \perp AD \Rightarrow H$ là trung điểm của AD.

• Kéo dài $BH \cap CD = \{E\}$



$$\left.\begin{matrix}(SAD) \perp (ABCD) \\ SH \supset (SAD)\end{matrix}\right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

•Xét tam giác EBC có: $\begin{cases} HD // BC \\ HD = \dfrac{1}{2}BC \end{cases} \Rightarrow HD$ là đường trung bình của tam giác EBC.

$\Rightarrow H$ là trung điểm của BE.

• $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD} \Leftrightarrow \dfrac{4}{3}a^3 = \dfrac{1}{3}.SH.2a^2 \Rightarrow SH = 2a$

• Kẻ $HK \perp SD$ (1)

mà $CD \perp (SHD)$ do $\begin{cases} CD \perp HD \\ CD \perp SH \end{cases}$

$\Rightarrow CD \perp HK$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow HK \perp (SCD) \Rightarrow d(H,(SCD)) = HK$

• Có $\dfrac{d(H,(SCD))}{d(B,(SCD))} = \dfrac{HE}{BE} = \dfrac{1}{2}$

• Xét tam giác SHD vuông tại H có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{\frac{a^2}{2}} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow HK = \frac{2a}{3}$$

$\Rightarrow d(B,(SCD)) = 2d(H,(SCD)) = 2HK = 2.\dfrac{2a}{3} = \dfrac{4a}{3}$. **Chọn C**

Câu 50: **• Cách 1: Trắc nghiệm**

$+4^{|x|}-2^{|x|+1}+3=m$

+ Nhận xét: Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$

+ Đặt $f(x)=4^{|x|}-2^{|x|+1}+3$

- Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

- Table (MODE + 7) hàm số $y=f(x)$ với $\begin{cases} Start:-10 \\ End:10 \\ Step:\dfrac{20}{29} \end{cases}$ thì ta có được BBT sau:

x	$-\infty$		$+\infty$
y	$+\infty$		$+\infty$
		2	$y=m$

Vậy để phương trình có 2 nghiệm $\Rightarrow m>2$

• Cách 2: Tự luận

+ Xét phương trình $4^{|x|}-2^{|x|+1}+3=m$ (1)

+ Đặt $|x|=t\,(t\geq 0)$

$\Rightarrow$ Phương trình trở thành: $4^t-2.2^t+3=m$

- Để phương trình (1) có 2 nghiệm x phân biệt

$\Rightarrow$ Phương trình (2) có 1 nghiệm $t>0$

+ Đặt $2^t=u$ (Vì $t>0\Rightarrow 2^t>2^0\Leftrightarrow 2^t>1\Leftrightarrow u>1$)

$\Rightarrow$ Phương trình trở thành: $u^2-2u+3=m$(3)

- Để phương trình (2) có 1 nghiệm $t>0$

$\Rightarrow$ Phương trình (3) có 1 nghiệm $u>1$

- Xét hàm số $f(u)=u^2-2u+3$

$f'(u)=2u-2=0\Leftrightarrow u=1$ (loại)

BBT:

x	1		$+\infty$
y'		$+$	
y			$+\infty$
	2		

Vậy để hàm số có 1 nghiệm $u>1$ thì $m>2$. **Chọn B.**