

GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI CUỐI HK1 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ - HÀ NỘI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.B	5.C	6.A	7.B	8.A	9.C	10.D
11.A	12.B	13.D	14.D	15.A	16.B	17.D	18.B	19.A	20.D
21.D	22.A	23.D	24.A	25.A	26.C	27.D	28.C	29.B	30.B
31.A	32.D	33.D	34.B	35.C	36.C	37.C	38.B	39.A	40.C
41.C	42.C	43.A	44.B	45.D	46.B	47.D	48.D	49.C	50.B

Câu 1:

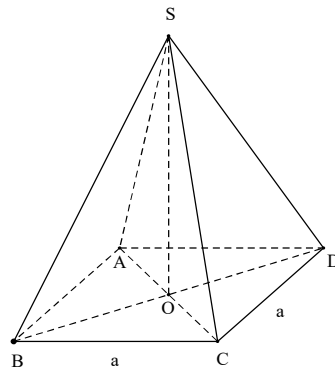
• Theo định lý Pytago:

$$+ OA^2 + OB^2 = AB^2 = a^2$$

$$\Rightarrow OA = OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$+ SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot ABCD = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{14}}{6}.$$



Chọn A.

Câu 2: • Áp dụng công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện có cạnh bên

$$\text{vuông đáy: } R = \sqrt{r^2 + \frac{h^2}{4}}$$

$$\text{Trong đó: } r \text{ là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy} \Rightarrow r = \frac{1}{2} AC = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$h \text{ là chiều cao } h = AA' = 2$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + \frac{2^2}{4}} = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$$

• Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương: $4\pi R^2 = 4\pi(\sqrt{3})^2 = 12\pi$. **Chọn C.**

Câu 3: • Ta có phương trình:

$$2 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cdot (2^x)^2 - 9 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$\text{Đặt } t = 2^x (t > 0)$$

• Phương trình thành:

$$2 \cdot t^2 - 9 \cdot t + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases} \cdot \text{Chọn C.}$$

Câu 4: • Xét hàm số: $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 1}$

$$\text{ĐK: } x^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$$

• Tiệm cận đứng:

Cho Mẫu = 0 $\Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (không thỏa mãn điều kiện) \Rightarrow Vậy không có TCD

• Tiệm cận ngang:

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 1} = 1$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 1} = -1$$

Vậy có 2 TCN. Vậy có tổng cộng 2 đường tiệm cận. **Chọn B.**

Câu 5: **Cách 1:** $\log_a x = 2 \log_a b - \log_a c + 1$

$$\Leftrightarrow \log_a x = \log_a b^2 - \log_a c + \log_a a$$

$$\Leftrightarrow \log_a x = \log_a \frac{b^2}{c} \cdot a$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{ab^2}{c}$$

Cách 2: Ta có biểu thức: $\log_a x = 2 \log_a b - \log_a c + 1$

$$\text{Vì } a, b, c \text{ là các số dương, chọn } \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_2 x = 2 \log_2 3 - \log_2 4 + 1$$

$$\Rightarrow x = 4.5$$

Ta thay a, b, c vào từng đáp án. Thử đáp án C: $x = \frac{a \cdot b^2}{c} = \frac{2 \cdot 3^2}{4} = 4,5$. **Chọn C.**

Câu 6: • Ta có đồ thị hàm số $y = x^3 - x$

$$+ y(1) = 1^3 - 1 = 0$$

$$+ y' = 3x^2 - 1$$

$$\Rightarrow y'(1) = 3 \cdot 1^2 - 1 = 2$$

• Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ là:

$$y = y'(1) \cdot (x - 1) + y(1)$$

$$\Leftrightarrow y = 2 \cdot (x - 1) \Leftrightarrow y = 2x - 2 \quad \text{Chọn A.}$$

Câu 7: • $y = (x-2)^2 e^x$ trên $[1; 3]$
 + $y' = 2(x-2)e^x + (x-2)^2 \cdot e^x$
 + Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 2(x-2)e^x + (x-2)^2 \cdot e^x = 0$
 $\Leftrightarrow 2 \cdot (x-2) + (x-2)^2 = 0$
 $\Leftrightarrow (x-2)(2+x-2) = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(TM) \\ x = 0(L) \end{cases}$
 $y(2) = 0$
 • Thay số: $y(1) = e$
 $y(3) = e^3$

Vậy giá trị lớn nhất là e^3 . **Chọn B.**

Câu 8: • Xét hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$
 + $y' = 8x^3 - 8x$

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(TM) \\ x = -1(L) \\ x = 1(TM) \end{cases}$

Thay số: $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y(3) = 127 \\ y(1) = -1 \end{cases}$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 127. **Chọn A.**

Câu 9: • $\log_2 \frac{a}{b} = \log_2 a - \log_2 b$ **Chọn C.**

Câu 10: • Từ bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	1	3	$-\infty$	

Hàm số có ba điểm cực trị tại: $x = -2; x = 0; x = 2$. **Chọn D.**

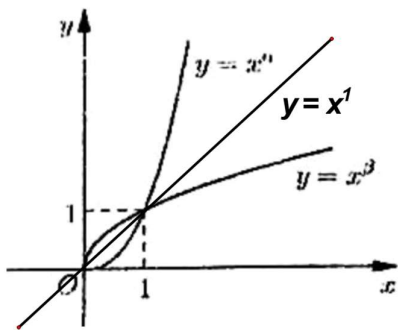
Câu 11: • Xét phương trình hoành độ giao điểm $y = x^3 - 3x^2 - 2$ và đường thẳng $y = 2x + 3$ là:

$$x^3 - 3x^2 - 2 = 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 2x - 5 = 0$$

Lấy máy tính bấm nhận thấy có 1 nghiệm. **Chọn A.**

Câu 12: • Vẽ đường thẳng $y = x$ như bên dưới



Ta thấy đường thẳng $y = x^\alpha$ nằm trên $\Rightarrow \alpha > 1$

Ta thấy đường thẳng $y = x$ nằm trên $y = x^\beta \Rightarrow \beta < 1$

$\Rightarrow \alpha > 1 > \beta > 0$. **Chọn B.**

Câu 13: • Có $f'(-1) = f'(2) = 0$ và hàm số liên tục tại $x = -1, x = 2$

$\Rightarrow x = -1$ và $x = 2$ là hai điểm cực trị của hàm số

• Ta có: $f''(-1) > 0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$

$f''(2) < 0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực đại tại $x = 2$

Chọn D.

Câu 14.

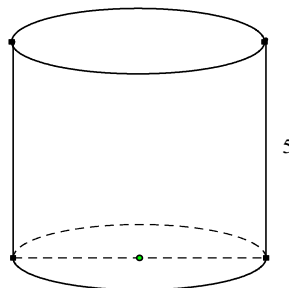
• Ta có:

$$V = \pi R^2 h = 45\pi$$

$$\Rightarrow \pi \cdot R^2 \cdot 5 = 45\pi \Rightarrow R = 3$$

• Diện tích toàn phần của hình trụ:

$$S_{tp} = 2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot 3 \cdot 5 + 2\pi \cdot 3^2 = 48\pi$$



Chọn D.

Câu 15: • $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$

$$+ f'(x) = \frac{2x(x-1) - (x^2 + 3)}{(x-1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - x^2 - 3}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$$

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(L) \\ x = 3(TM) \end{cases}$$

$$f(2) = 7$$

$$+ \text{Thay số: } f(4) = \frac{19}{3} \approx 6,33$$

$$f(3) = 6$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 6. **Chọn A.**

Câu 16: • Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = \pi r l$

Mà diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2 \Rightarrow 3\pi a^2 = \pi a.l \Leftrightarrow l = 3a$. **Chọn B.**

Câu 17: • Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$$

\Rightarrow Đồ thị hàm số có 2 TCN là $y = 2$, $y = 1$ và 1 TCĐ là $x = -1$. **Chọn D.**

Câu 18: • Xét hàm số: $y = \log(2^x - 1)$

$$\text{ĐKXĐ: } 2^x - 1 > 0 \Leftrightarrow 2^x > 1 \Leftrightarrow x > 0$$

• Vậy TXĐ của hàm số là $D = (0; +\infty)$. **Chọn B.**

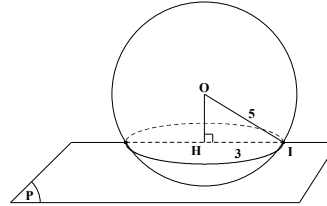
Câu 19:

• Ta có $d(O; (P)) = OH$

• Xét tam giác ΔOHI vuông tại H có:

$$OH^2 + HI^2 = OI^2 \Rightarrow OH = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4.$$

Chọn A.



Câu 20: $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$

• Ta có $y' = x^2 + 2x - 3$

$$\bullet \text{ Cho } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

Vậy $x_1 + x_2 = -2$. **Chọn D.**

Câu 21: $y = x^3 - 3x + 1$.

• Ta có $y' = 3x^2 - 3$

$$\bullet \text{ Cho } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

• BBT:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. **Chọn D.**

Câu 22: $\log_2^2 x + 3 \log_2 x - 4 = 0$

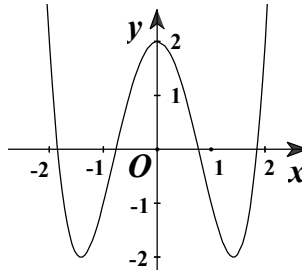
• Đặt $\log_2 x = t \Rightarrow t^2 + 3t - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{16} \end{cases}$$

• Vậy tổng 2 nghiệm của phương trình là $2 + \frac{1}{16} = \frac{33}{16}$. **Chọn A.**

Câu 23:

- Hình dáng đồ thị của hàm bậc 4 trùng phương \Rightarrow Loại A,C
- Quan sát đồ thị có nét cuối đi lên $\Rightarrow a > 0$. Loại B



Chọn D.

Câu 24: • Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi$. **Chọn A.**

Câu 25: • Ta có: $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$.

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{4} \log_2 x = 0$$

$$\text{Đặt } \log_2 x = t \Rightarrow \frac{1}{t} - \frac{1}{4}t = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{4}t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy $x_1 \cdot x_2 = 1$. **Chọn A.**

Câu 26: • Xét hàm số: $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$.

• Do $\frac{\pi}{2}$ là số mũ không nguyên \Rightarrow ĐKXD: $x^3 - 27 > 0$

$$\Leftrightarrow x > 3$$

Vậy TXĐ của hàm số là $D = (3; +\infty)$. **Chọn C.**

Câu 27: • Đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$ là $y' = \frac{1}{x \ln 5}$. **Chọn D.**

Câu 28: • Ta có: $4^x - m2^{x+2} + m^3 - 5m = 0$

$$\Leftrightarrow (2^x)^2 - 4m \cdot 2^x + m^3 - 5m = 0 \quad (*)$$

$$\text{Đặt } 2^x = t \quad (t > 0)$$

$$\Rightarrow t^2 - 4mt + m^3 - 5m = 0 \quad (1)$$

• Để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm dương

$$\text{phân biệt} \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16m^2 - 4(m^3 - 5m) > 0 \\ 4m > 0 \\ m^3 - 5m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1; 0 < m < 5 \\ m > 0 \\ -\sqrt{5} < m < 0; m > \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{5} < m < 5$$

• Ta có: $x_1 + x_2 = 2 \Leftrightarrow \log_2 t_1 t_2 = 2 \Leftrightarrow t_1 t_2 = 4$

$$\Leftrightarrow m^3 - 5m = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \approx 2,56(TM) \\ m = -1 \\ m \approx -1,56 \end{cases}$$

Vậy có 1 giá trị của m . **Chọn C.**

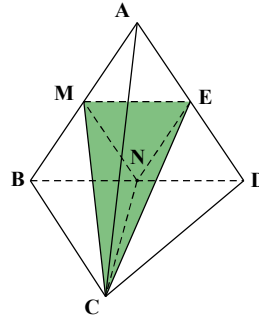
Câu 29:

• Ta có: $V_{CMNE} = V_{ABCD} - V_{ACME} - V_{BCM N} - V_{DCNE}$

$$\frac{V_{ACME}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AE}{AD} = \frac{1}{4}$$

Mà $V_{ACME} = V_{BCM N} = V_{DCNE}$

$$\Rightarrow V_{CMNE} = V_{ABCD} - \frac{1}{4}V_{ABCD} \cdot 3 = \frac{1}{4}V_{ABCD}.$$



Chọn B.

Câu 30: • Xét tam giác ΔABC vuông cân tại A có bán kính đường tròn ngoại

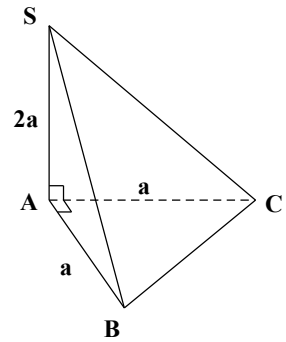
tiếp là: $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

• Áp dụng công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp cho hình chóp có cạnh bên vuông góc với đáy:

$$R = \sqrt{\frac{h^2}{4} + r^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}a$$

$$\Rightarrow V_{mc} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \sqrt{6}a^3.$$

Chọn B.



Câu 31: • Xét phương trình:

$$x^3 - 3x^2 + m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 3x^2 - x^3$$

• Xét hàm số $y = 3x^2 - x^3$

Có $y' = 6x - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

• Ta có BBT:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		$-$	$+$	$-$
y	$+\infty$	0	4	$-\infty$

$y = m$

Dựa vào BBT ta thấy để hàm số có ba nghiệm thực phân biệt thì $0 < m < 4$. **Chọn A.**

Câu 32: • Ta có công thức tính lãi suất kép: $A = A_0(1+r)^n$

• Số tiền gửi ban đầu $A_0 = 300tr$, lãi suất $r = 1,75\%$ / quý

Để nhận được số tiền ít nhất 500tr

$$A \geq 500$$

$$\Leftrightarrow 300(1+1,75\%)^n \geq 500$$

$$\Leftrightarrow n \geq 29,44$$

$$\Rightarrow n = 30 \text{ quý} \Rightarrow n = 90 \text{ tháng} \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 33: $y = \frac{mx+1}{x+m}$

• Ta có $y' = \frac{m^2-1}{(x+m)^2} (x \neq -m)$

• Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

$\Rightarrow y' > 0 \forall x \in (1; +\infty)$

$\Leftrightarrow m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$

• Hàm số xác định trên $(1; +\infty)$ khi $-m \notin (1; +\infty) \Rightarrow -m \leq 1 \Leftrightarrow m \geq -1$

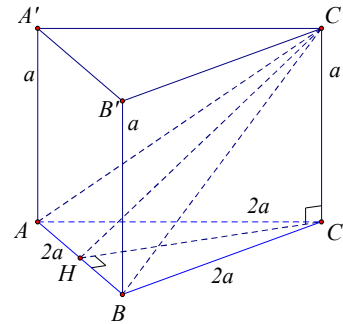
Vậy $m > 1$. **Chọn D.**

Câu 34:

• Có $\widehat{(C'AB)}, \widehat{(ABC)} = \widehat{C'HC}$ với H là trung điểm AB

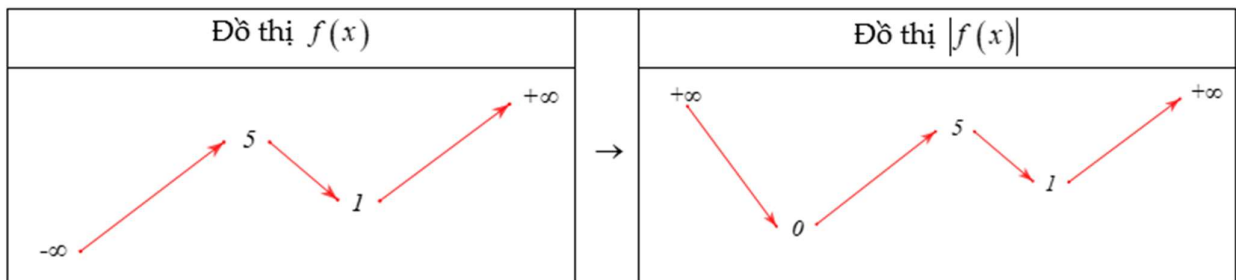
• Xét $\Delta C'HC$ vuông tại C

$\Rightarrow \tan \widehat{C'HC} = \frac{CC'}{CH} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{C'HC} = 30^\circ$



Chọn B.

Câu 35: • Từ BBT của hàm số $y = f(x)$ ta có được đồ thị của $y = |f(x)|$:



• Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y = |f(x)|$ có 3 cực trị. **Chọn C.**

Câu 36: $y = \frac{1}{3}x^3 + 2mx^2 + 8x - 2$

• Ta có: $y' = x^2 + 4mx + 8$.

• Để hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ thì: $y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 4mx + 8 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$, bài toán tương đương với:

$\Delta' \leq 0$ (do $a > 0$) $\Leftrightarrow 4m^2 - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$.

• Mà m là số nguyên nên có 3 giá trị m thỏa mãn bài toán. **Chọn C.**

Câu 37: $y = x^4 - 2(m^2 + 1)x^2 + 1$

• Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m^2 + 1)x$.

Giải: $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4(m^2 + 1)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m^2 + 1} \end{cases}$.

• Khi đó tọa độ các điểm cực trị của hàm số là:

$A(0;1); B(\sqrt{m^2 + 1}; 1 - (m^2 + 1)^2); C(-\sqrt{m^2 + 1}; 1 - (m^2 + 1)^2)$.

$\Rightarrow \begin{cases} \overline{AB} = (\sqrt{m^2 + 1}; -(m^2 + 1)^2) \\ \overline{AC} = (-\sqrt{m^2 + 1}; -(m^2 + 1)^2) \end{cases}$

• Để 3 điểm cực trị tạo thành tam giác vuông thì:

$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \Leftrightarrow -(m^2 + 1) + (m^2 + 1)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 1 = 0 \\ m^2 + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$.

• Có duy nhất một giá trị của tham số m để 3 điểm cực trị tạo thành tam giác vuông. **Chọn C.**

Câu 38: $y = \frac{1}{3}x^3 - (m^2 - 1)x^2 + (2m - 1)x + 3 \Rightarrow y' = x^2 - 2(m^2 - 1)x + 2m - 1$

• Gọi $M(x;y)$ là trung điểm của hai điểm cực trị, khi đó M cũng là điểm uốn của đồ thị hàm số.

+ Do hai điểm cực trị cách đều trục tung nên: $M \in Oy \Leftrightarrow x_M = 0$.

+ Ta có: $y'' = 2x - 2(m^2 - 1)(1)$

+ Để $x = 0$ là nghiệm của phương trình $y'' = 0$ thì: $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

• Thử lại:

Với $m = 1 \Rightarrow y' = x^2 + 1 > 0 \Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến \Rightarrow Hàm số không có cực trị

Với $m = -1 \Rightarrow y' = x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow$ Hàm số có 2 điểm cực trị

Vậy $m = -1$. **Chọn B.**

Câu 39: Cách 1: Tự luận

• Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC

$\Rightarrow G$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC

$\Rightarrow SG \perp (ABC)$

+ Có: $\widehat{SA, (ABC)} = \widehat{SAG} = 45^\circ$

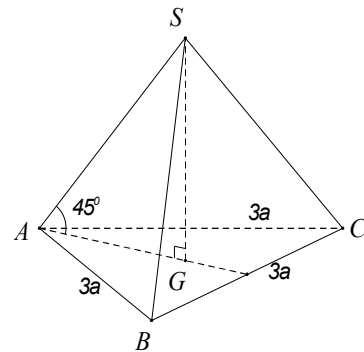
+ Vì $\widehat{SAG} = 45^\circ$ nên tam giác SAG vuông cân

$\Rightarrow SG = AG = BG = CG$

$\Rightarrow G$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

• Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp cần tìm là:

$R = AG = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{3}$. **Chọn A.**



Cách 2: Trắc nghiệm

Công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp đều

$R = \frac{(\text{canh bên})^2}{2(\text{chiều cao})} = \frac{SA^2}{2SG} = \frac{(a\sqrt{6})^2}{2 \cdot a\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$

Câu 40: • Độ dài đường cao h của khối trụ là:

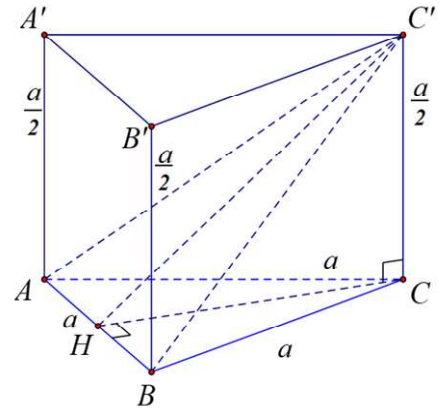
$$h = A'A = \frac{a}{2}$$

• Bán kính đường tròn đáy của khối trụ cũng là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC :

$$R = R_{(\Delta ABC)} = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

• Thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

$$V = \pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{6}$$



Chọn C.

Câu 41: • $\log_2(x-1) = \log_4(mx^2+1)$ (Điều kiện $x > 1$)

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1) = \frac{1}{2} \log_2(mx^2+1)$$

$$\Leftrightarrow 2 \log_2(x-1) = \log_2(mx^2+1)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = \log_2(mx^2+1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = mx^2+1$$

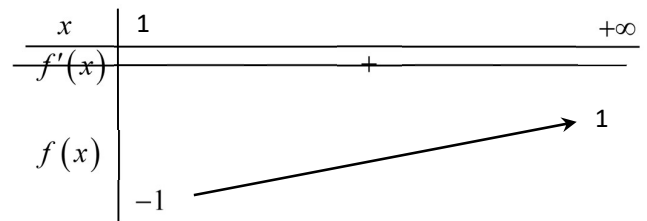
$$\Leftrightarrow m = \frac{x^2-2x}{x^2} \Leftrightarrow m = 1 - \frac{2}{x}$$

• Xét $f(x) = 1 - \frac{2}{x}$ với $x > 1$

$$+ f'(x) = \frac{2}{x^2} > 0$$

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Có bảng biến thiên như hình vẽ.



• Để phương trình có nghiệm thì $-1 < m < 1$. **Chọn C.**

Câu 42: Cho $R = 1$

• Gọi bán kính đáy của hình trụ là x với điều kiện: $x \in (0; 1)$

$$\text{Từ hình vẽ } \Rightarrow h = 2\sqrt{1-x^2}$$

$$\text{Thể tích khối trụ là: } V = \pi \cdot x^2 \cdot 2\sqrt{1-x^2}$$

$$+ V' = 2\pi \cdot 2x \cdot \sqrt{1-x^2} + 2\pi \cdot x^2 \cdot \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}$$

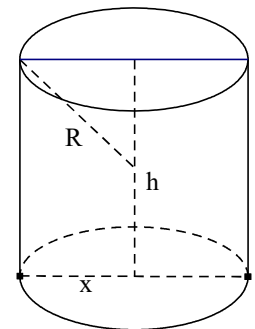
$$= 4\pi x \sqrt{1-x^2} - 2\pi x^3 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$+ \text{Cho } V' = 0 \Leftrightarrow 4\pi x \sqrt{1-x^2} - 2\pi x^3 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(1-x^2) - x^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x^3 + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ (do } x \in (0; 1) \text{)} \Rightarrow h = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ . Chọn C.}$$



Câu 43: • $9x^2 - 4 \cdot 3^{x^2} + 8 = m$

+ Đặt $3^{x^2} = u$

Phương trình đã cho trở thành:

$u^2 - 4u + 8 = m$ (Với $x \in [-2; 1] \Rightarrow x^2 \in [0; 4] \Rightarrow u \in [1; 81]$)

• Gọi $f(u) = u^2 - 4u + 8$

$\Rightarrow f'(u) = 2u - 4 = 0 \Leftrightarrow u = 2$

+ Có bảng biến thiên như hình vẽ.

u	1	2	81
$f'(u)$	-	0	+
$f(u)$	5	4	6245

• Vậy để phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \in [4; 6245]$. **Chọn A.**

Câu 44: • Nhận xét: Đường cao của hình nón nội tiếp chính là đường cao của hình lăng trụ

+ Góc giữa $A'C$ và mặt đáy (ABC) là $\widehat{A'CA} = 60^\circ$

$\Rightarrow AA' = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

+ Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm của BC

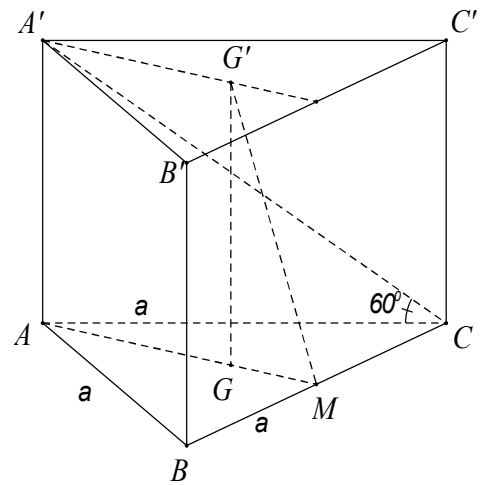
$\Rightarrow r = GM = \frac{AM}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

+ Gọi G' là trọng tâm tam giác $A'B'C' \Rightarrow GG' = AA' = a\sqrt{3}$

+ Đường sinh hình nón:

$l = G'M = \sqrt{G'G^2 + GM^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{111}}{6}$

$\Rightarrow S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{a\sqrt{111}}{6} = \frac{\pi a^2 \sqrt{37}}{12}$. **Chọn B.**



Câu 45: • $4^x - (m+1)2^{x+1} + 3m - 8 = 0$

$\Leftrightarrow (2^x)^2 - 2(m+1)2^x + 3m - 8 = 0$ (*)

+ Đặt $u = 2^x$ ($u > 0$)

$\Rightarrow u^2 - 2(m+1)u + 3m - 8 = 0$

• Nhận xét: Để phương trình (*) có hai nghiệm trái dấu $x_1 < 0 < x_2$

\Rightarrow Phương trình (1) phải có hai nghiệm thỏa mãn $0 < u_1 < 1 < u_2$

(1) $\Leftrightarrow u^2 - 2(m+1)u + 3m - 8 = 0$

$\Leftrightarrow u^2 - 2u - 8 = 2mu - 3m$

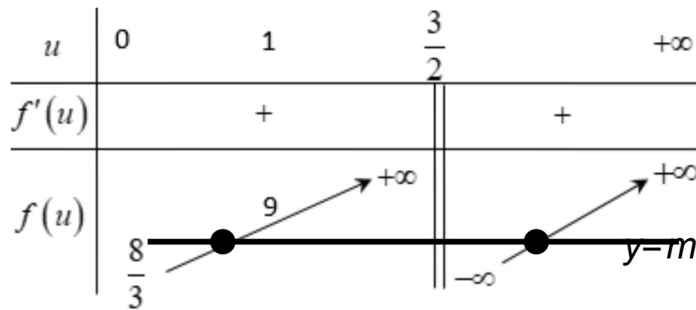
$\Leftrightarrow m = \frac{u^2 - 2u - 8}{2u - 3} \left(u \neq \frac{3}{2} \right)$

• Xét $f(u) = \frac{u^2 - 2u - 8}{2u - 3}$

+ TXĐ: $D = (0; +\infty) \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

+ $f'(u) = \frac{(2u-2)(2u-3) - 2(u^2 - 2u - 8)}{(2u-3)^2} = \frac{2u^2 - 6u + 22}{(2u-3)^2} > 0 \forall u \in \text{TXĐ}$

+ BBT:



Để phương trình có nghiệm $0 < u_1 < 1 < u_2$

$\Rightarrow \frac{8}{3} < m < 9$

\Rightarrow Có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn. **Chọn D.**

Câu 46: • Dựa vào đồ thị ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$

• Xét $g(x) = f(2 + e^x)$

+ $g'(x) = e^x \cdot f'(e^x + 2)$

+ $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} e^x + 2 = 0 \\ e^x + 2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$

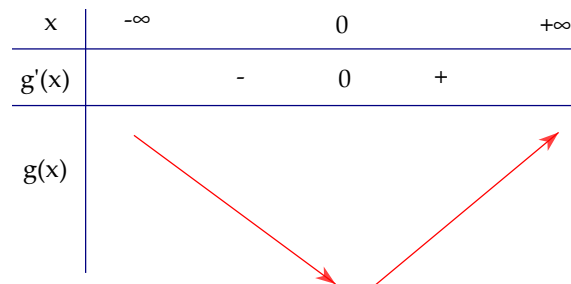
+ Ta có BBT như hình bên

Cách xét dấu: Thay $x = 1$ vào

$g'(x) \Rightarrow g'(1) = e \cdot f'(e+2) > 0$

Thay $x = -1$ vào $g'(x) \Rightarrow g'(-1) = \frac{1}{e} \cdot f'\left(\frac{1}{e} + 2\right) < 0$

\Rightarrow Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. **Chọn B.**



Câu 47: Xét phương trình hoành độ giao điểm của $y = f'(x)$ và trục Ox

$$f'(x) = 0$$

Nhận xét: Số giao điểm của hai đồ thị chính là số nghiệm của phương trình

$$\bullet \text{ Ta có } f(x) = x(x^2 - 1)(x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x^3 - x)(x^4 - 13x^2 + 36) = x^7 - 14x^5 + 49x^3 - 36x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 7x^6 - 70x^4 + 147x^2 - 36$$

$$+ \text{ Đặt } x^2 = t (t \geq 0)$$

$$\Rightarrow f'(t) = 7t^3 - 70t^2 + 147t - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 7, 17 \\ t = 2, 54 \text{ (Thỏa mãn)} \\ t = 0, 28 \end{cases}$$

• Mỗi nghiệm t cho ra 2 nghiệm x $\Rightarrow f'(x) = 0$ có 6 nghiệm phân biệt. **Chọn D.**

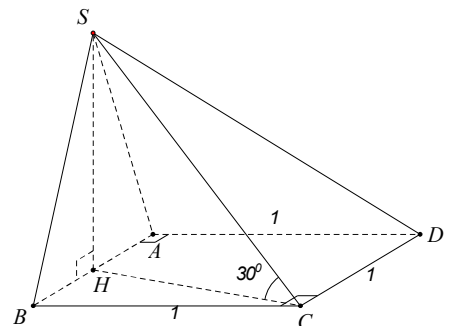
Câu 48:

$$\bullet \text{ Vì } SH \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{(SC, HC)} = \widehat{SCH} = 30^\circ$$

$$+ \text{ Xét tam giác vuông } BCH \text{ có } HC = \sqrt{BC^2 + HB^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$+ \text{ Xét tam giác vuông } SHC \text{ có } SH = HC \cdot \tan \widehat{SCH} = \frac{\sqrt{15}}{6}$$

$$+) \text{ Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{\sqrt{15}}{18}. \text{ Chọn D.}$$



Câu 49:

• Kẻ hai đường AB và A'B' sao cho ABA'B' là hình chữ nhật

$$\Rightarrow d_{(OO', AA')} = d_{(O, (ABA'B'))}$$

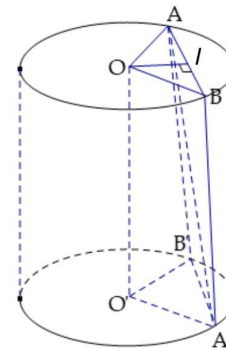
• Ta có tam giác ABA' vuông tại B nên :

$$AB = \sqrt{AA'^2 - A'B'^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

+ Kẻ $OI \perp AB \Rightarrow OI \perp (ABA'B')$

$$\Rightarrow d(O, (ABA'B')) = OI$$

$$\text{Vậy } d_{(OO', AA')} = d_{(O, (ABA'B'))} = OI = \sqrt{OA^2 - IA^2} = 3. \text{ Chọn C.}$$



Câu 50: • Ta có $f(x) = \frac{mx}{x^2 + 1}$ trên $[-3; 3]$

$$+ f'(x) = \frac{m(x^2 + 1) - 2x \cdot mx}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-mx^2 + m}{(x^2 + 1)^2}$$

$$+ \text{ Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$+ \text{ Thay số: } \begin{cases} f(1) = \frac{m}{2} \\ f(-1) = \frac{-m}{2} \\ f(3) = \frac{3m}{10} \\ f(-3) = \frac{-3m}{10} \end{cases} \Rightarrow \text{Max} f(x) = \frac{m}{2} \text{ tại } x = 1 \quad \forall m \in (0; 12)$$

\Rightarrow Có 11 giá trị nguyên của m. **Chọn B.**