

GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI CUỐI HK1 THPT ĐOÀN KẾT HAI BÀ TRƯNG – HÀ NỘI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.D	4.D	5.A	6.D	7.A	8.B	9.B	10.C
11.C	12.B	13.A	14.A	15.A	16.A	17.C	18.D	19.A	20.D
21.A	22.B	23.B	24.A	25.D	26.B	27.C	28.B	29.C	30.D
31.B	32.B	33.C	34.D	35.A	36.A	37.C	38.C	39.B	40.C
41.D	42.B	43.D	44.A	45.B	46.D	47.D	48.A	49.C	50.B

Câu 1: • $y = \frac{(m-2)x + m^2}{x+2}$

• Ta có: $y' = -\frac{m^2 - 2m + 4}{(x+2)^2} = -\frac{(m-1)^2 + 3}{(x+2)^2} < 0 \quad \forall x \neq -2$

⇒ Hàm số nghịch biến trên $[-1; 2]$

⇒ Giá trị nhỏ nhất của y trên $[-1; 2]$ đạt tại $x=2$

⇒ $Min_y = y(2) = \frac{(m-2) \cdot 2 + m^2}{4} = \frac{m^2 + 2m - 4}{4}$

• Để giá trị Min bằng $-\frac{1}{4}$ thì

$m^2 + 2m - 4 = -1 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 2: • $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-8}{x-1} = 2$

⇒ Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 2$. **Chọn A.**

Câu 3: • $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0 \quad \forall x \neq 1$

⇒ Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. **Chọn D.**

Câu 4: • Áp dụng Pitago: $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = \sqrt{4a^2} = 2a$

• Diện tích xung quanh của hình nón là:

$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot a \cdot 2a = 2\pi a^2$. **Chọn D.**

Câu 5: • Tính $y' = 3x^2 - 6x$

• Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗		2	↘		$+\infty$
					-2		

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. **Chọn A.**

Câu 6: • $y' = 3x^2 - 2x + m$

• Để hàm số nghịch biến trên $(1; 2)$

$\Rightarrow y' \leq 0 \forall x \in (1; 2)$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 2x + m \leq 0 \forall x \in (1; 2)$

$\Leftrightarrow m \leq -3x^2 + 2x \forall x \in (1; 2)$

$\Rightarrow m \leq \text{Min}(-3x^2 + 2x) \forall x \in (1; 2)$

• Xét $f(x) = -3x^2 + 2x$ trên $(1; 2)$

$\Rightarrow f'(x) = -6x + 2$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$

Bảng biến thiên

x	1		1/3		2	
y'		+	0	-		
y	-1	↗		1/3	↘	
					-8	

Vậy GTNN $f(x) = -8$

$\Rightarrow m \leq -8$

Kết hợp $m \in (-10; 10)$

$\Rightarrow -10 < m \leq -8$

$\Rightarrow m$ có 2 giá trị nguyên là -9 và -8 . **Chọn D.**

Câu 7: • $\Delta AA'H$ vuông tại H nên

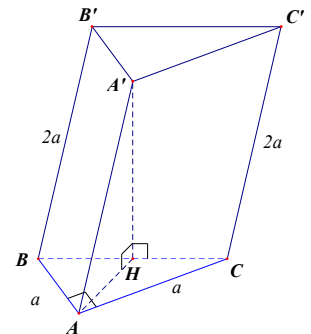
$A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2}$

• Mà ΔABC vuông cân tại A có cạnh góc vuông a

$\Rightarrow AH = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow A'H = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} = \frac{a^3\sqrt{14}}{4}$. **Chọn A.**



Câu 8: • Mặt phẳng (P) song song với trục OO' cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật ABCD (như hình bên)

• Kẻ $OH \perp AB$

Vì $OO' \parallel (ABCD) \Rightarrow d(OO', (ABCD)) = d(O, (ABCD)) = OH$

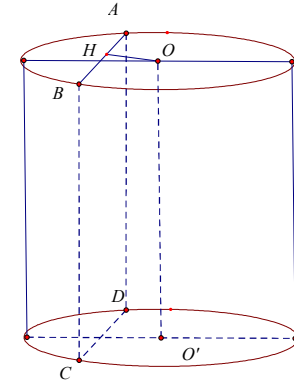
$\Rightarrow OH = 4$

• $AB = 2HB = 2\sqrt{OB^2 - OH^2} = 2\sqrt{5^2 - 4^2} = 2 \cdot 3 = 6$

\Rightarrow Diện tích ABCD là:

$AB \cdot CD = 6 \cdot 10 = 60 \text{ (cm}^2\text{)}.$

Chọn B.



Câu 9: $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp AC \end{cases} \Rightarrow AD \perp (ABC)$

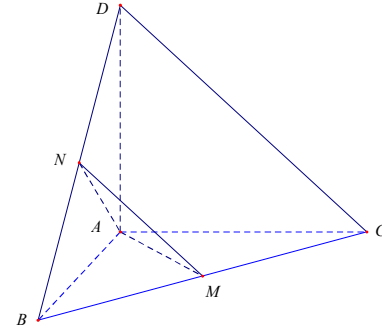
• Thể tích tứ diện ABCD là:

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6}$$

• Ta có tỉ lệ:

$$\frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{BN}{BD} \cdot \frac{BM}{BC} \cdot \frac{AB}{AB} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{ABMN} = \frac{1}{4} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{a^3}{24}$$

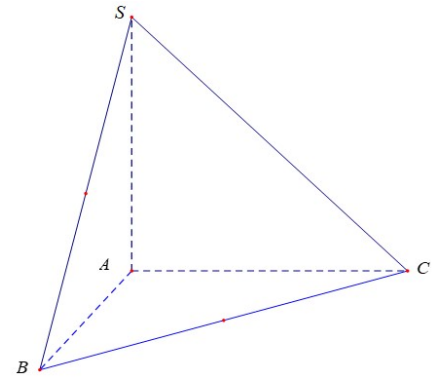
Chọn B.



Câu 10: • ΔABC đều cạnh $a \Rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

$$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$$

Chọn C.



Câu 11: $y = x - \ln x$ với $x \in \left[\frac{1}{2}; e\right]$

• Tập xác định: $D = (0; +\infty)$

\Rightarrow Hàm số liên tục trên $\left[\frac{1}{2}; e\right]$

• Tính $y' = 1 - \frac{1}{x}$

• Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{x} = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$$y\left(\frac{1}{2}\right) = \ln 2 + \frac{1}{2}$$

• Thay số: $y(1) = 1$

$$y(e) = e - 1$$

$\text{Min } y = 1$

Vậy $\text{Max } y = e - 1$. **Chọn C.**

Câu 12: • Ta có $(m-1)\log_{\frac{1}{3}}(x+1)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{x+1} + 4m - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow 4(m-1)\log_{\frac{1}{3}}(x+1) - 4(m-5)\log_{\frac{1}{3}}(x+1) + 4m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)\log_{\frac{1}{3}}(x+1) - (m-5)\log_{\frac{1}{3}}(x+1) + m - 1 = 0$$

+ Đặt $t = \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$, với $x \in \left[-\frac{2}{3}; 2\right]$ thì $-1 \leq t \leq 1$.

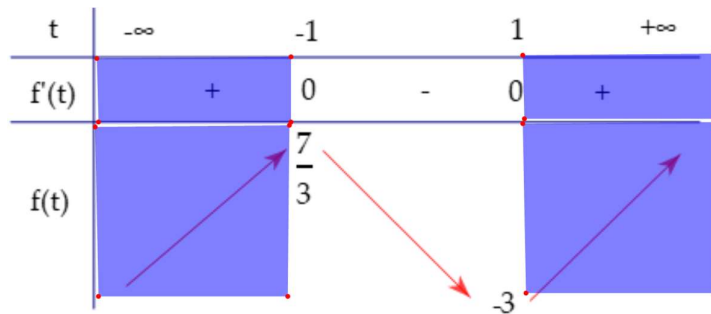
Ta có phương trình:

$$(m-1)t^2 - (m-5)t + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m(t^2 - t + 1) = t^2 - 5t + 1 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1} \quad (*)$$

• Xét $f(t) = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1}$ với $-1 \leq t \leq 1$

$$+ \text{Ta có } f'(t) = \frac{4t^2 - 4}{(t^2 - t + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}$$

+ Ta có BBT:



• Phương trình (*) có nghiệm thực trong đoạn $\left[-\frac{2}{3}; 2\right]$

$$\Leftrightarrow \min_{[-1;1]} f(t) \leq m \leq \max_{[-1;1]} f(t) \Leftrightarrow -3 \leq m \leq \frac{7}{3}$$

• Do m là số nguyên âm $\Rightarrow m = \{-3; -2; -1\}$. **Chọn B.**

Câu 13: • Do mũ $\frac{1}{7}$ không nguyên \Rightarrow Hàm số xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. **Chọn A.**

Câu 14: • Ta có diện tích đáy lăng trụ là $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

$$\Rightarrow V = S \cdot h = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 15: • Ta có $y = x \cdot e^x$

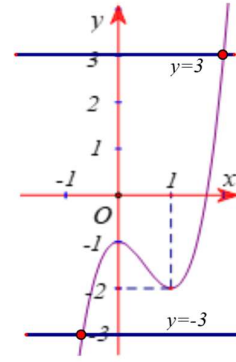
$$\Rightarrow y' = e^x + x \cdot e^x = e^x(x+1)$$

+ Để hàm số đồng biến $\Rightarrow y' > 0 \Rightarrow x > -1$. **Chọn A.**

Câu 16:

• Ta có $|f(x)| = 3 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 3 \\ f(x) = -3 \end{cases}$

- + Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x) = 3$ có 1 nghiệm
- + Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x) = -3$ có 1 nghiệm
- +) Phương trình có 2 nghiệm .



Chọn A.

Câu 17: • Diện tích đáy của hình trụ là πa^2

• Diện tích xung quanh của hình trụ là $2\pi Rh = 2\pi a^2 \sqrt{3}$

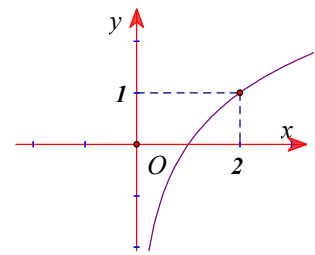
Diện tích toàn phần của hình trụ là $2\pi a^2 + 2\pi a^2 \sqrt{3} = 2\pi a^2 (\sqrt{3} + 1)$. **Chọn C.**

Câu 18: • Dựa vào hình dáng đồ thị và miền đồ thị nằm ở phía bên phải trục Oy \Rightarrow Hàm số log

• Do tại điểm $x = 2 \Rightarrow y = 1$

Thay vào đáp án D: $y = \log_2 2 = 1$ (Thỏa mãn)

Đồ thị hàm số biểu diễn phương trình $y = \log_2 x$.



Chọn D.

Câu 19: • Ta có $4^{2x+1} = 64 \Leftrightarrow 2x+1=3 \Leftrightarrow x=1$. **Chọn A.**

Câu 20: • Ta có $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$

$\Rightarrow y' = x^3 - 4x$

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$

+ Ta có BBT:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
f'(x)		-	0	+	0	-	0	+
f(x)								

Vậy hàm số có một cực đại và hai cực tiểu. **Chọn D.**

Câu 21: • Khối mười hai mặt đều thuộc loại $\{5;3\}$.

Tham khảo thêm

Bảng tóm tắt của năm loại khối đa diện đều

Khối đa diện đều	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Ký hiệu $\{p, q\}$	Số MPĐX
Khối四面体	4	6	4	$\{3, 3\}$	6
Khối Lập Phương	8	12	6	$\{4, 3\}$	9
Khối Tám Mặt Đều	6	12	8	$\{3, 4\}$	9
Khối Mười Hai Mặt Đều	20	30	12	$\{5, 3\}$	15
Khối Hai Mươi Mặt Đều	12	30	20	$\{3, 5\}$	15

Chọn A.

Câu 22: • Xét hàm số $y = a^x$

Theo chiều từ trái sang phải đồ thị đi xuống

\Rightarrow Hàm số nghịch biến

\Rightarrow Cơ số $0 < a < 1$

Quan sát đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 3)$

Thay vào hàm số $\Rightarrow a^{-1} = 3 \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}$. (Thỏa mãn)

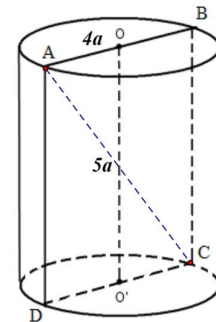
Chú ý: Nếu đồng biến thì $a > 1$. **Chọn B.**

Câu 23:

• Chiều cao BC của khối trụ là: $h = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 3a$.

• Bán kính đáy r của khối trụ là: $r = \frac{AB}{2} = 2a$.

• Thể tích V của khối trụ là: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (2a)^2 \cdot 3a = 12\pi a^3$.



Chọn B

Câu 24: • Ta có hàm số $y = \log_b x$; $y = \log_c x$ là các hàm số đồng biến $\Rightarrow \begin{cases} b > 1 \\ c > 1 \end{cases}$

• Hàm số $y = \log_a x$ là hàm nghịch biến $\Rightarrow 0 < a < 1$

• Với $x = 2$: ta có: $\log_b 2 > \log_c 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 b} > \frac{1}{\log_2 c} \Leftrightarrow \log_2 b < \log_2 c \Leftrightarrow b < c$

• Vậy $a < b < c$. **Chọn A.**

Câu 25: Cách 1: Tự luận

- Gọi Q là điểm nằm trên CC' sao cho: $CQ = \frac{2}{3}C'C$.

- Khi đó ta có:

$$V_{ABC.MNP} = V_{M.ABC} + V_{M.BCQN} - V_{M.PQN}.$$

- Ta có: $V_{M.ABC} = \frac{V_{A'.ABC}}{2} = \frac{\frac{V}{3}}{2} = \frac{V}{6}$.

- Ta có: $A'A // (BCC'B')$, $\frac{BN}{B'B} = \frac{CQ}{C'C} = \frac{2}{3}$ nên:

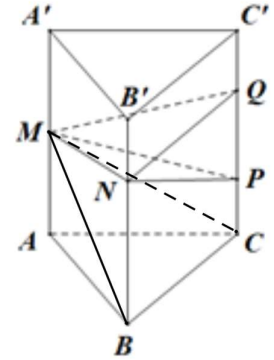
$$V_{M.BCQN} = \frac{2V_{M.BCC'B'}}{3} = \frac{2V_{A.BCC'B'}}{3} = \frac{2}{3} \cdot (V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'}) = \frac{2}{3} \left(V - \frac{V}{3} \right) = \frac{4V}{9}.$$

$$PQ = CQ - CP = \frac{C'C}{2}$$

$$\Rightarrow S_{PQN} = \frac{S_{BCC'B'}}{4}$$

$$\Rightarrow V_{M.PQN} = \frac{V_{M.BCC'B'}}{4} = \frac{\frac{2}{3}V}{4} = \frac{V}{6}.$$

$$\Rightarrow V_{ABC.MNP} = V_{M.ABC} + V_{M.BCQN} - V_{M.PQN} = \frac{V}{6} + \frac{4V}{9} - \frac{V}{6} = \frac{4V}{9}.$$



Cách 2: Dùng công thức tính nhanh

$$\frac{V_{ABC.MNP}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{\frac{AM}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CP}{CC'}}{3} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{6}}{3} = \frac{4}{9}$$

(Tổng tỉ lệ các cạnh bên (Cạnh bé/cạnh to) chia cho số cạnh) **Chọn D.**

Câu 26:

- Gọi h, R lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của khối nón

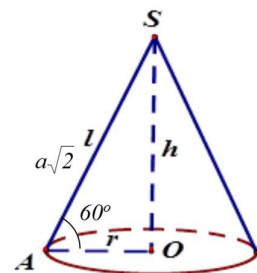
- Góc giữa đường sinh SA và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SAO} = 60^\circ$

Xét ΔSAO vuông tại O:

$$SO = a\sqrt{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}; OA = a\sqrt{2} \cdot \cos 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

- Thể tích V của khối nón là:

$$V = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{12}. \text{ **Chọn B.**}$$



Câu 27:

- Ta có: $AN \perp SC$, mà N là trung điểm của SC :

$\Rightarrow \Delta SAC$ cân tại A .

Mà ΔSAC cân tại S nên:

$\Rightarrow \Delta SAC$ đều.

- Gọi G là giao điểm của SO, AN (O là tâm của hình vuông đáy $ABCD$).

$\Rightarrow G$ là trọng tâm ΔSAC

$$\Rightarrow \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}.$$

- Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Leftrightarrow BD \perp (SAC) \Leftrightarrow BD \perp SC.$

- Qua G kẻ $M'P' // BD$ ($M' \in SB, P' \in SD$):

$\Rightarrow M'P' \perp SC$

$\Rightarrow M' \equiv M; P' \equiv P.$

$$\Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SP}{SD} = \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}.$$

- Áp dụng định lý Sim son ta có:

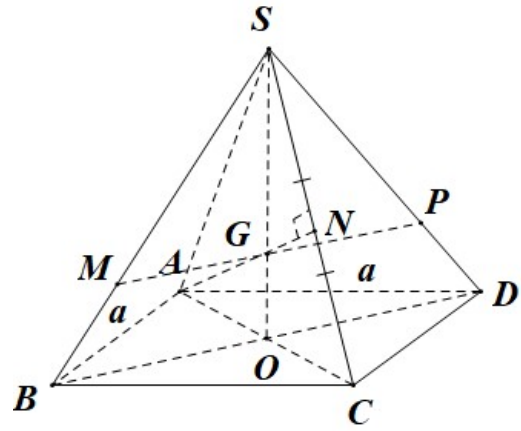
$$\begin{cases} \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{3} \\ \frac{V_{S.APN}}{V_{S.ADC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{S.AMNP} = V_{S.AMN} + V_{S.APN} = \frac{V_{S.ABC} + V_{S.ADC}}{3} = \frac{V_{S.ACBD}}{3}$$

- Tam giác SAC đều nên: $SO = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{SO \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

$$\Rightarrow V_{S.AMNP} = \frac{V_{S.ABCD}}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}. \text{ Chọn } \underline{C}.$$



Câu 28: • $P = \log_b(a^2 \sqrt[3]{c}) = \log_b(a^2) + \log_b(\sqrt[3]{c}) = 2\log_b a + \frac{\log_b c}{3} = 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{3}}{3} = \frac{10}{9}$. **Chọn B.**

Câu 29: • Gọi S là đỉnh hình nón, thiết diện qua đỉnh trong bài toán là tam giác SAB .

• Gọi O, M, H lần lượt là tâm đáy, trung điểm của AB và hình chiếu của O lên SM .

$$\bullet \begin{cases} OH \perp SM \\ AB \perp OH \text{ (Do } AB \perp (SOM)) \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow d(O, (SAB)) = OH = 12$$

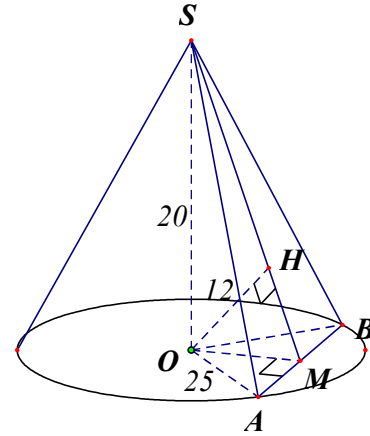
Ta có: $SO = 20; OA = 25; OH = 12$.

$$\bullet \text{ Ta có: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2}$$

$$\Rightarrow OM = 15.$$

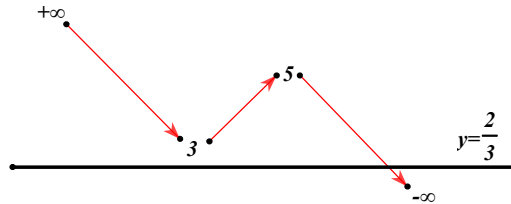
$$\Rightarrow \begin{cases} MA = \sqrt{OA^2 - OM^2} = 20 \\ SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = 25 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta SAB} = \frac{AB \cdot SM}{2} = MA \cdot SM = 20 \cdot 25 = 500. \text{ Chọn C.}$$



Câu 30: • Ta có: $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{3}$.

• Số nghiệm của phương trình trên là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = \frac{2}{3}$.



• Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ và $\frac{2}{3} < 3$ nên:

Hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = \frac{2}{3}$ cắt nhau tại một điểm.

• Vậy phương trình $3f(x) - 2 = 0$ có một nghiệm. **Chọn D.**

Câu 31: • Ta có $y' = e^x + xe^x = 0 \Leftrightarrow e^x(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ (TM)

$$\Rightarrow \begin{cases} y(-1) = \frac{-1}{e} \\ y(1) = e \end{cases}$$

• Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $y = e$. **Chọn B.**

Câu 32: • Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là: $y' = 5^x \ln 5$. **Chọn B.**

Câu 33: • Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$

• Ta có BBT của hàm số:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	32	0	$+\infty$	

• Dựa vào BBT ta thấy giá trị cực đại của hàm số là 32. **Chọn C.**

Câu 34: • Áp dụng công thức lãi kép gửi 1 lần:

$$T = M(1+r)^n$$

• Thu được số tiền cả gốc và lãi gấp đôi số tiền ban đầu

$$\Rightarrow T = 2M$$

$$\Leftrightarrow 2M = M(1+r)^n$$

$$\Rightarrow 2 = (1+7,5\%)^n \Rightarrow n \approx 9,58435 = 10. \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 35:

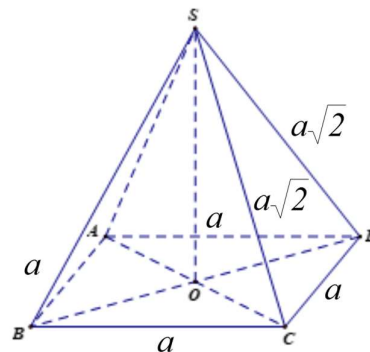
• Kẻ $AC \cap BD = \{O\}$

• Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Chọn A.



Câu 36: Cách 1:

• $y = f(2x+1)$

Tính $y' = 2 \cdot f'(2x+1)$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow f'(2x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=1 \\ 2x+1=2 \\ 2x+1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{1}{2} \\ x=1 \end{cases}$$

• Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	
$y'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
$y(x)$						

Cách xét dấu: Trên khoảng $(1; +\infty)$ chọn giá trị $x = 2$

Thay vào $y'(2) = 2 \cdot f'(2 \cdot 2 + 1) = 2 \cdot f'(5) < 0$, các khoảng còn lại đan xen dấu vì đều là nghiệm đơn.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty) \Rightarrow$ Hàm số cũng nghịch biến trên $(2; 3)$.

Cách 2: Thử đáp án

• Ta có $y' = 2f'(2x+1)$

• Xét đáp án A: cho $x = \frac{3}{2} \Rightarrow y' = 2f'\left(2 \cdot \frac{3}{2} + 1\right) = 2f'(4) < 0$. Vậy hàm số nghịch biến. Vậy A đúng.

• Xét đáp án B: cho $x = \frac{3}{2} \Rightarrow y' = 2f'\left(2 \cdot \frac{3}{2} + 1\right) = 2f'(4) < 0$. Vậy hàm số nghịch biến. Vậy B sai.

• Xét đáp án C: cho $x = -1 \Rightarrow y' = 2f'[2 \cdot (-1) + 1] = 2f'(-1) > 0$. Vậy hàm số đồng biến. Vậy C sai.

• Xét đáp án D: cho $x = 0,4 \Rightarrow y' = 2f'(2 \cdot 0,4 + 1) = 2f'(1,8) < 0$. Vậy hàm số nghịch biến. Vậy D sai. **Chọn A.**

Câu 37: • Dựa vào BBT ta thấy

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 7 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{Hàm số không có GTLN và GTNN, chỉ có Tiệm cận ngang là } y = 7, y = 1$$

Chọn C.

Câu 38: $\log_4 x^2 + \log_2 (2x-1) + \log_{\frac{1}{2}} (4x+3) \leq 0$ (1)

• Điều kiện: $x > \frac{1}{2}$

$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow \log_2 x + \log_2 (2x-1) - \log_2 (4x+3) \leq 0$

$\Leftrightarrow \log_2 \left[\frac{x(2x-1)}{4x+3} \right] \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{x(2x-1)}{4x+3} \leq 1$

Vì $x > \frac{1}{2} \Rightarrow$ Biểu thức $(4x+3)$ có giá trị dương

$\Leftrightarrow 2x^2 - x \leq 4x + 3$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 3 \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{-1}{2} \leq x \leq 3$

• Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow \frac{1}{2} < x \leq 3$

Vậy có tất cả 3 nghiệm nguyên. **Chọn C.**

Câu 39: • Thể tích của khối nón là: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$. **Chọn B.**

Câu 40: • Xét đáp án A: $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$. Đúng.

• Xét đáp án B: $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$. Đúng.

• Xét đáp án D: $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. Đúng

• Xét đáp án C: Sai và sửa thành $\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$ thì mới đúng. **Chọn C.**

Câu 41. • Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Ta thấy $x = 0$ là nghiệm đơn, còn $x = 1, x = -1$ là nghiệm kép

\Rightarrow Đạo hàm của hàm số chỉ đổi dấu tại $x = 0$

\Rightarrow Hàm số có 1 điểm cực trị. **Chọn D.**

Câu 42. • Nhận thấy đồ thị có hình dáng là đồ thị của hàm số mũ $y = a^x$

• Đồ thị đi qua điểm $(1; 4)$

Xét đáp án B: $y = 4^x$, thay $x = 1 \Rightarrow y = 4$ (thỏa mãn). **Chọn B.**

Câu 43. • Xét mẫu $= 0 \Leftrightarrow x = 3$

Cho tử $= 0 \Leftrightarrow x^2 - x + 6 = 0$ (vô nghiệm)

$\Rightarrow x = 3$ là tiệm cận đứng

• Cách giải thích theo định nghĩa: $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - x + 6}{x - 3} = +\infty$

Nên $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho. **Chọn D.**

Câu 44. • $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (3^x - 3)(3 \cdot 3^x - 1) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$\Rightarrow a = -1, b = 1 \Rightarrow P = b - a = 1 + 1 = 2$. **Chọn A.**

Câu 45. • Dựa vào BBT:

Đạo hàm của hàm số đổi dấu khi qua $x = -1, x = 1$ và hàm số liên tục tại $x = 1, x = -1$

\Rightarrow Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 1$. **Chọn B.**

Câu 46. Cách 1: Tự luận

$$y = |f(x) + m| = \sqrt{(f(x) + m)^2}$$

Quan trọng: "Số điểm cực trị" là số "nghiệm đơn" của phương trình $y' = 0$

$$\bullet \text{ Tính } y' = \frac{[(f(x) + m)^2]'}{2\sqrt{(f(x) + m)^2}} = \frac{2[f(x) + m] \cdot f'(x)}{2\sqrt{(f(x) + m)^2}}$$

$$\bullet \text{ Cho } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) + m = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases}$$

• Quan sát đồ thị $f(x)$ ta thấy có 2 điểm cực trị $\Rightarrow f'(x) = 0$ có 2 nghiệm

Vậy để hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow f(x) + m = 0$ có 1 nghiệm đơn

$$\Leftrightarrow f(x) = -m \text{ có 1 nghiệm đơn}$$

• Quan sát đồ thị ta thấy $-m > 1$ và $-m < -3$ thỏa mãn

Nhưng nếu $-m = 1$ và $-m = 3$ thì cắt đồ thị tại 2 điểm trong đó có 1 điểm ở vị trí tiếp xúc

\Rightarrow Có 1 nghiệm đơn và 1 nghiệm kép

\Rightarrow Vẫn thỏa mãn có 1 nghiệm đơn

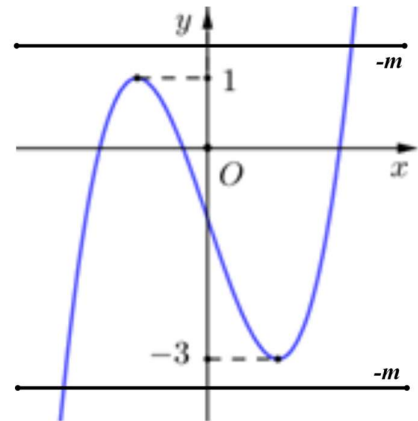
$$\Rightarrow \begin{cases} -m \geq 1 \\ -m \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$$

Cách 2: Trắc nghiệm

• Để có đồ thị của hàm số $y = |f(x) + m|$ từ đồ thị đã cho thì ta tịnh tiến đồ thị lên m đơn vị (nếu m dương) và xuống $-m$ đơn vị (nếu m âm) sau đó lấy trị tuyệt đối. Số điểm cực trị của hàm số khi đó là số điểm cực trị của hàm số ban đầu cộng với số điểm mà tại đó đồ thị cắt trục Ox (trong trường hợp trùng với cực trị thì chỉ tính 1 lần).

• Ở đây ta thấy hàm số ban đầu có sẵn 2 cực trị nên ta cần cắt đồ thị cắt trục Ox tại 1 điểm (khác điểm cực trị) để thỏa mãn yêu cầu có 3 cực trị. Như vậy có thể dịch xuống ít nhất 1 đơn vị tức $m \leq -1$ hoặc dịch lên ít nhất 3 đơn vị tức $m \geq 3$.

Chọn D.



Câu 47. • $h'(x) = f'(x+6) - 2g'\left(2x + \frac{5}{2}\right)$

• Đặt $\left. \begin{matrix} u = x+6 \\ v = 2x + \frac{5}{2} \end{matrix} \right\} \Rightarrow h'(x) = f'(u) - 2g'(v)$

Để hàm số đồng biến $\Rightarrow h'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(u) - 2g'(v) \geq 0 \Rightarrow f'(u) \geq 2g'(v)$

• Dựa vào đồ thị ta thấy nếu $x \in (3; 8)$ thì $f'(x) > 2g'(x)$

vậy để $f'(u) \geq 2g'(v)$ thì $\begin{cases} 3 < u < 8 \\ 3 < v < 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 < x+6 < 8 \\ 3 < 2x + \frac{5}{2} < 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 2 \\ \frac{1}{4} < x < \frac{11}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{4} < x < \frac{11}{4}$

Chọn D.

Câu 48. • Thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông tức đường kính đáy bằng chiều cao $\Rightarrow h = 2R$

• $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R^2 + 2\pi R(2R) = 6\pi R^2 = 4\pi \Rightarrow R^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{6}}{3}$

• $V = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. **Chọn A.**

Câu 49. • Thể tích khối hộp chữ nhật là: $V = 2.3.4 = 24$. **Chọn C.**

Câu 50. • **Cách 1:** $\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{\log_2 5} + \frac{1}{\log_3 5}} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}$.

• **Cách 2:** Dùng máy tính cầm tay:

Dùng chức năng Shift +  lưu $\log_2 5 = A$ và $\log_3 5 = B$

Sau đó lấy $\log_6 5 - (\text{Đáp án}) = 0$ là đáp án đúng

Thử đáp án B: $\log_6 5 - \left(\frac{A \cdot B}{A + B}\right) = 0$. **Chọn B.**