

GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI CUỐI HK1 THPT CHU VĂN AN – HÀ NỘI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.C	4.D	5.D	6.C	7.C	8.C	9.B	10.D
11.B	12.B	13.A	14.B	15.A	16.D	17.D	18.A	19.A	20.A
21.B	22.B	23.B	24.D	25.B	26.D	27.C	28.A	29.A	30.C
31.B	32.D	33.C	34.A	35.A	36.D	37.C	38.C	39.D	40.B
41.D	42.A	43.D	44.B	45.C	46.D	47.C	48.C	49.D	50.D

- Câu 1.** • Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 2$.
• Mặt khác, đồ thị cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương

Khi đó $y = 0 \Leftrightarrow 0 = \frac{2x-1}{x+1} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ (Thỏa mãn). **Chọn B.**

- Câu 2.** • Điều kiện: $x \geq 2$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-2}}{x+1} = 0$. nên đồ thị của hàm số đã cho có tiệm cận ngang $y = 0$.

• Xét Mẫu $= 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ (Loại)

\Rightarrow Đồ thị của hàm số đã cho không có tiệm cận đứng. **Chọn A.**

- Câu 3.**

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{ABCD}$$

$$\Leftrightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot d(S, (ABCD)) \cdot S_{ABCD}$$

$$\Leftrightarrow d(S, (ABCD)) = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = \frac{3 \cdot 2}{6} = 1$$

Chọn C.

- Câu 4.** Ta có: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. **Chọn D.**

- Câu 5.** • Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2$ với trục hoành chính là số nghiệm của phương trình $x^4 + 2x^2 = 0$.

• Ta có: $x^4 + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Vậy có 1 giao điểm. **Chọn D.**

- Câu 6.**
- Xét A là hàm bậc 2 nên không thể đồng biến trên \mathbb{R}
 - Xét B: $y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow$ Hàm số không liên tục trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ Không đồng biến trên \mathbb{R}
 - Xét C: $y = x + \cos x$, có $y' = 1 + \cos x$.
 Vì $\cos x \geq -1 \Leftrightarrow \cos x + 1 \geq 0 \Rightarrow y' \geq 0 \forall x \in \text{TXĐ}$
 \Rightarrow Hàm số đồng biến trên \mathbb{R}
 - Xét D: $y = \frac{x-4}{x+1} \Rightarrow$ Hàm số không liên tục trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ Không đồng biến trên \mathbb{R}

Chọn **C**.

- Câu 7.**
- Ta có y' đổi dấu khi qua điểm $x=0$ và điểm $x=1$
 - Hàm số liên tục tại $x=1$ và bị gián đoạn tại $x=0$
 \Rightarrow Chỉ có điểm $x=1$ là cực trị. Chọn **C**.

- Câu 8.** $2^x = 7 \Rightarrow x = \log_2(7)$. Chọn **C**.

- Câu 9.**
- Điều kiện: $x \neq 1$.
- $$\frac{x+3}{x-1} = x-2 \Rightarrow x+3 = (x-1)(x-2) \Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$$
- $$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 4. \text{ Chọn } \mathbf{B}.$$

- Câu 10.**
- $y = -x^4 + 8x^3 - 6$
 $\Rightarrow y' = -4x^3 + 24x^2$
 - Cho $y' = 0 \Rightarrow -4x^3 + 24x^2 = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 0 \text{ (kép)} \end{cases}$
 - Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	6	$+\infty$	
y'	$+$	0	$+$	0	$-$
y					

Vậy hàm số có 1 điểm cực trị. Chọn **D**.

Câu 11: • Ta có: $y' = 8x^3 - 16x = 8x(x^2 - 2)$

• Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

• Để tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục hoành thì

$$y'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 8x_0(x_0^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 0 \\ x_0 = \sqrt{2} \Rightarrow y_0 = -8 \\ x_0 = -\sqrt{2} \Rightarrow y_0 = -8 \end{cases}$$

- Trong đó điểm $(0; 0)$ là gốc tọa độ nên tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$ trùng với trục hoành nên trường hợp này bị loại.

- Tiếp tuyến tại $M(\sqrt{2}; -8)$ có phương trình là: $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = -8$

- Tiếp tuyến tại $M(-\sqrt{2}; -8)$ có phương trình là: $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = -8$

• Do vậy chỉ có đúng 1 tuyến tuyến song song với trục hoành. **Chọn B.**

Câu 12: • Điều kiện xác định của hàm số là: $3x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}$.

• Khi đó tập xác định của hàm số là: $D = \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **Chọn B.**

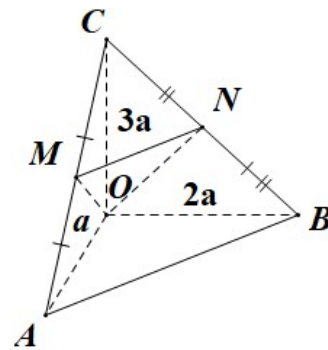
Câu 13:

• Ta có: $V_{O.ABC} = \frac{OA.OB.OC}{6} = a^3$.

• Theo định lý Sim son ta có:

$$\frac{V_{C.OMN}}{V_{C.OAB}} = \frac{OC}{OC} \cdot \frac{MC}{AC} \cdot \frac{NC}{BC} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow V_{C.OMN} = \frac{V_{C.OAB}}{4} = \frac{a^3}{4}$$



Chọn A.

Câu 14: • Ta có: $3|f(x)| - 7 = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \frac{7}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{7}{3} \\ f(x) = -\frac{7}{3} \end{cases}$

• Với $f(x) = \frac{7}{3}$: Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta nhận thấy hai đồ thị hàm số

$y = f(x)$ và $y = \frac{7}{3}$ cắt nhau tại một điểm nên phương trình $f(x) = \frac{7}{3}$ có một nghiệm.

• Với $f(x) = -\frac{7}{3}$: Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta nhận thấy hai đồ thị hàm

số $y = f(x)$ và $y = -\frac{7}{3}$ cắt nhau tại ba điểm nên phương trình $f(x) = -\frac{7}{3}$ có ba nghiệm.

Chọn B.

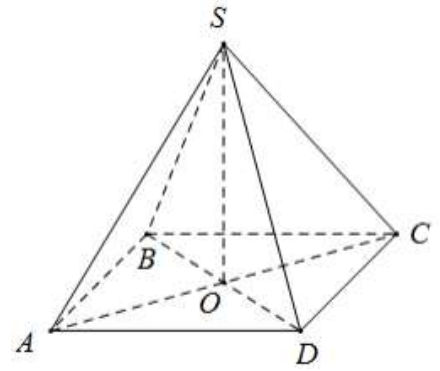
Câu 15: • Ta có: $\log_a \frac{1}{x} = \log_a x^{-1} = -\log_a x$. Vậy phát biểu a là phát biểu sai. **Chọn A.**

Câu 16: • Hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a nên diện tích đáy là a^2
 • Gọi O là tâm của hình vuông khi đó SO là chiều cao của hình chóp :

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

• Khi đó ta có:

$$V = \frac{SO \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}} \cdot a^2}{3} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}. \text{ Chọn D.}$$



Câu 17: • Gọi r là bán kính đáy của khối trụ, khi đó ta có:

$$S_{xq} = 2\pi r l \Leftrightarrow 10\pi = 2\pi \cdot r \cdot 5 \Leftrightarrow r = 1. \text{ Chọn D.}$$

Câu 18: • Ta có: $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$ nên: $f'(x) = \frac{(x+1)'}{(x+1) \ln 2} = \frac{1}{(x+1) \cdot \ln 2}$ **Chọn A.**

Câu 19: • Gọi l, r lần lượt là đường sinh và bán kính đáy của khối nón.

• Do thiết diện qua trục của khối nón là một tam giác đều cạnh bằng 2 nên:

$$l = 2r = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} l = 2 \\ r = 1 \end{cases}$$

• Diện tích xung quanh của khối nón là: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 2 \cdot 1 = 2\pi$. **Chọn A.**

Câu 20: • Ta có hàm số $y = 2^x$ là hàm số mũ không phải hàm số lũy thừa. **Chọn A.**

Câu 21: • Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \end{cases}$$

• Vậy hàm số có 2 đường TCĐ là $x = -2$ và $x = 0$; có 1 đường TCN $y = 0$. **Chọn B.**

Câu 22: • $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} y(-2) = -1 \\ y(-1) = 6 \\ y(3) = -26 \\ y(4) = -19 \end{cases}$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 6. **Chọn B.**

Câu 23: $\log_3(2x-1) = 2$

• Điều kiện: $2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow 2x-1 = 3^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = 5(TM)$$

Chọn B.

Câu 24: • Ta có $y' = \frac{-7}{(x-3)^2} < 0$

• Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

\Rightarrow Hàm số cũng nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. **Chọn D.**

Câu 25: • Chia khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ thành 2 phần $C.ABB_1A_1$ và $C.A_1B_1C_1$

• Ta có: $V_{C.A_1B_1C_1} = \frac{1}{3}V_{ABC.A_1B_1C_1}$

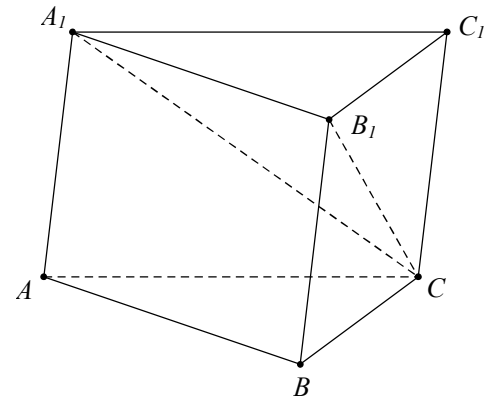
$\Rightarrow V_{C.ABB_1A_1} = \frac{2}{3}V_{ABC.A_1B_1C_1}$ (*)

• Lại có

$CC_1 // (ABB_1A_1) \Rightarrow d(CC_1, (ABB_1A_1)) = d(C, (ABB_1A_1)) = 7$

Ta có: $V_{C.ABB_1A_1} = \frac{1}{3} \cdot d(C, (ABB_1A_1)) \cdot S_{ABB_1A_1} = \frac{1}{3} \cdot 7 \cdot 4$

Từ (*) $\Rightarrow V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 7 \cdot 4 = 14$. **Chọn B.**



Câu 26: • $3^{x-1} = 9$

$\Leftrightarrow x-1 = \log_3 9 = 2$

$\Leftrightarrow x = 3$. **Chọn D.**

Câu 27: • $P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^3 = \log_{\frac{1}{a^3}} a^3 = 3 \cdot 3 \cdot \log_a a = 9$. **Chọn C.**

Câu 28: • Khối mười hai mặt đều là khối đều loại $\{5; 3\}$

Lưu bảng này lại nhé:

Bảng tóm tắt của năm loại khối đa diện đều

Khối đa diện đều	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Ký hiệu $\{p, q\}$	Số MPĐX
Khối tứ diện đều	4	6	4	$\{3, 3\}$	6
Khối Lập Phương	8	12	6	$\{4, 3\}$	9
Khối Tám Mặt Đều	6	12	8	$\{3, 4\}$	9
Khối Mười Hai Mặt Đều	20	30	12	$\{5, 3\}$	15
Khối Hai Mươi Mặt Đều	12	30	20	$\{3, 5\}$	15

Chọn A.

Câu 29: Ghi nhớ:

Hàm số mũ $y = a^x$

Khi cơ số $a > 1 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên \mathbb{R}

Khi cơ số $0 < a < 1 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R}

• Xét đáp án A: vì $\pi > 0$ nên hàm số $y = \pi^x$ đồng biến trên \mathbb{R} .

• Xét đáp án B: vì $\frac{e}{\pi} < 0$ nên hàm số $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

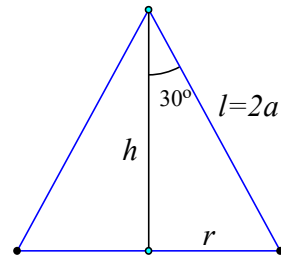
• Xét đáp án C: vì $\frac{2}{e} < 0$ nên hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

• Xét đáp án D: vì $0,5 < 0$ nên hàm số $y = 0,5^x$ nghịch biến trên \mathbb{R} . **Chọn A.**

Câu 30: • Ta có:
$$\begin{cases} \sin 30^\circ = \frac{r}{l} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{r}{2a} \Rightarrow r = a \\ \cos 30^\circ = \frac{h}{l} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{2a} \Rightarrow h = a\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy thể tích của khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}. \text{ Chọn C.}$$



Câu 31: • Dựa vào đồ thị

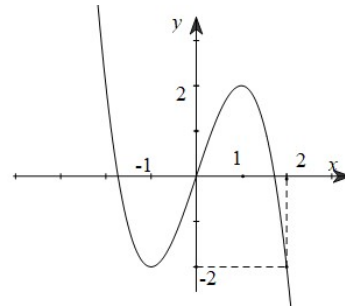
• Xét phương trình: $f(f(x)) = -2$

Đặt $f(x) = t$

$$\Rightarrow f(t) = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = -1 \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$$\bullet f(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_3 \in (-2; -1) \\ x = x_4 \in (-1; 0) \\ x = x_5 \in (1; 2) \end{cases}$$



+) Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt. **Chọn B.**

Câu 32: • Ta có $\log_2(x+2) + \log_4(x-5)^2 + \log_{\frac{1}{2}} 8 = 0$

$$\bullet \text{ĐK} \begin{cases} x > -2 \\ x \neq 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_2(x+2) + \log_2|x-5| - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \log_2(x+2)|x-5| = 3 \Rightarrow (x+2)|x-5| = 2^3$$

$$\bullet \text{TH1: } x > 5 \Rightarrow (x+2)(x-5) = 2^3 \Rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3(\text{Loai}) \\ x = 6(\text{TM}) \end{cases}$$

$$\bullet \text{TH2: } -2 < x < 5 \Rightarrow (x+2)(5-x) = 2^3 \Rightarrow -x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}(\text{TM}) \\ x = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}(\text{TM}) \end{cases}$$

+) Vậy phương trình có 3 nghiệm. **Chọn D.**

Câu 33: • Chú ý: Chóp có các cạnh bên nghiêng đều trên đáy
 ⇒ Chân đường cao trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đáy

• Gọi H là trung điểm BC

⇒ $\triangle ABC$ vuông tại A sẽ có tâm đường tròn ngoại tiếp là điểm H

⇒ $SH \perp (ABC)$

• Do đường cao SH nằm ở mặt bên (SBC)

$$\Rightarrow R = \sqrt{r_{\text{bên}}^2 + r_{\text{đáy}}^2 - \frac{(\text{Giao tuyến})^2}{4}}$$

• Trong đó:

+ Do đáy là $\triangle ABC$ vuông tại A ⇒ bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy là $r = \frac{1}{2}BC = \sqrt{3}$

+ Giao tuyến giữa Mặt bên (SBC) và đáy (ABC) là $BC = 2\sqrt{3}$

+ Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp mặt bên (SBC) :

Cạnh bên SC tạo với mặt đáy (ABC) 1 góc 30°

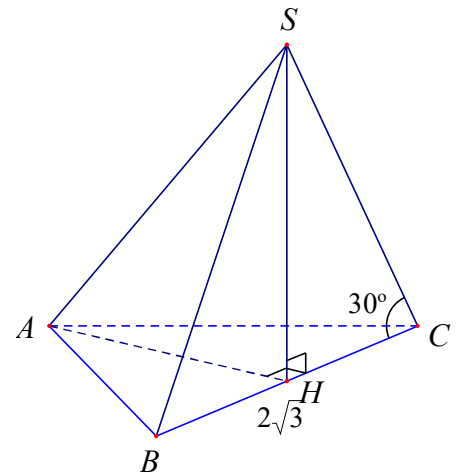
$$\Rightarrow \widehat{SCH} = 30^\circ$$

Do $SH \perp (ABC)$ tại trung điểm H thuộc BC

⇒ $\triangle SBC$ cân tại S

$$\Rightarrow \widehat{BSC} = 120^\circ$$

• Xét $\triangle SBC$: $r_{\triangle SBC} = \frac{BC}{2\sin \widehat{BSC}} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sin 120} = 2 \Rightarrow R = \sqrt{(2)^2 + (\sqrt{3})^2 - \frac{(2\sqrt{3})^2}{4}} = 2$. Chọn **C**.



Câu 34: • $g(x) = f(1-2x) \Rightarrow g'(x) = -2 \cdot f'(1-2x)$

• Để hàm số đồng biến

$$\Rightarrow g'(x) > 0$$

$$\Leftrightarrow -2f'(1-2x) > 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x < -1 \\ 1 < 1-2x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -\frac{1}{2} < x < 0 \end{cases} \cdot \text{Chọn } \mathbf{A}.$$

Câu 35:

• Ta có:

$$S_{xq} \text{ nón trên} = \pi \cdot R \cdot l = \pi \cdot HM \cdot AM$$

$$S_{xq} \text{ nón to} = \pi \cdot OD \cdot AD$$

• Mà mặt phẳng chia khối nón thành 2 phần có diện tích xung quanh bằng nhau

$$\Rightarrow S_{xq} \text{ nón to} = 2 \cdot S_{xq} \text{ nón trên}$$

$$\Rightarrow OD \cdot AD = 2HM \cdot AM$$

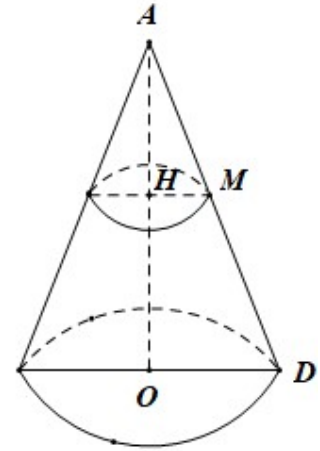
$$\Leftrightarrow \frac{HM}{OD} \cdot \frac{AM}{AD} = \frac{1}{2}$$

Xét $\triangle AHM$ đồng dạng với tam giác $\triangle AOD$

$$\Rightarrow \frac{HM}{OD} = \frac{AM}{AD} = \frac{AH}{AO}$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AO} \cdot \frac{AH}{AO} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{AH}{AO} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

• Lại có: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1^2 \cdot h_1}{R_2^2 \cdot h_2} = \frac{HM^2 \cdot AH}{OD^2 \cdot AO} = \left(\frac{HM}{OD}\right)^2 \cdot \frac{AH}{AO} = \left(\frac{AH}{AO}\right)^2 \cdot \frac{AH}{AO} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$. **Chọn A.**



Câu 36: • Ta có $y = mx^3 - 3mx^2 + 3x + 2$

$$\Rightarrow y' = 3mx^2 - 6mx + 3$$

• Để hàm số đồng biến trên $R \Rightarrow y' \geq 0 \forall x \in R$

+ Với $m = 0 \Rightarrow y' = 3 > 0 (TM)$

$$+ \text{ Với } m \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ (3m)^2 - 9m \leq 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < m \leq 1$$

Vậy $0 \leq m \leq 1$

• Do $m \in Z \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$

+) Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn . **Chọn D.**

Câu 37: • Ta có diện tích xung quanh của hình trụ là

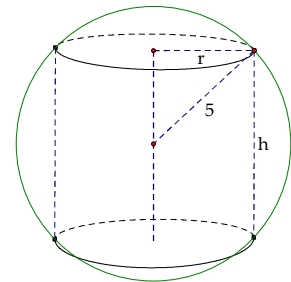
$$2\pi rh = 2\pi r \cdot 2 \cdot \sqrt{5^2 - r^2} = 4\pi r \sqrt{5^2 - r^2}$$

• Diện tích mặt cầu là $4\pi \cdot 5^2 = 100\pi$

• Theo bài ta có diện tích xung quanh của hình trụ bằng một nửa diện tích mặt cầu

$$\Rightarrow 4\pi r \sqrt{5^2 - r^2} = \frac{1}{2} \cdot 100\pi \Rightarrow r = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

Chọn C.



- Câu 38:**
- Sau n năm thì số tiền cả gốc lẫn lãi của ông Bá Kiến là $100.(1+6,7\%)^n$ triệu đồng
 - Sau n năm thì số tiền cả gốc lẫn lãi của anh giáo Thứ là $20.(1+7,6\%)^n$ triệu đồng
 - Nếu số tiền cả gốc lẫn lãi của anh giáo Thứ nhiều hơn số tiền của ông Bá Kiến

$$\Rightarrow 20.(1+7,6\%)^n > 100.(1+6,7\%)^n$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1+7,6\%}{1+6,7\%}\right)^n > 5$$

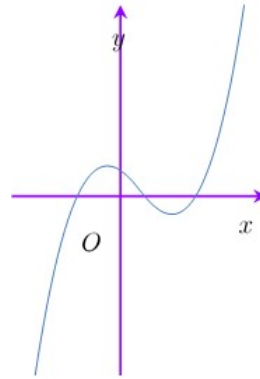
$$\Leftrightarrow n > 191,611$$

Do $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 192$. **Chọn C.**

Câu 39: Ta có $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

- Nét cuối đi lên $\Rightarrow a > 0$
- Đồ thị giao trục Oy tại điểm ở phía trên gốc O
 $\Rightarrow y(0) = d > 0$
- Xét $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$



Chọn D.

Câu 40: • Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(\log_3 x) > 0$

$$\bullet \text{ĐK } \begin{cases} \log_3 x > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 1$$

$$\Rightarrow \log_3 x < 1 \text{ (vì } \frac{1}{2} < 1) \Leftrightarrow x < 3$$

Kết hợp ĐK $\Rightarrow x \in (1; 3) \Rightarrow a + b = 1 + 3 = 4$. **Chọn B.**

Câu 41: • Gọi M là trung điểm của $B'C'$ $\Rightarrow A'M \perp B'C'$

• Mặt khác: $B'C' \perp A'A \Rightarrow B'C' \perp (A'AM)$

Do đó $\angle((AB'C'); (A'B'C')) = \angle A'MA = 60^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{A'AM} = 30^\circ$$

+ Xét $\triangle MA'B'$ vuông tại M

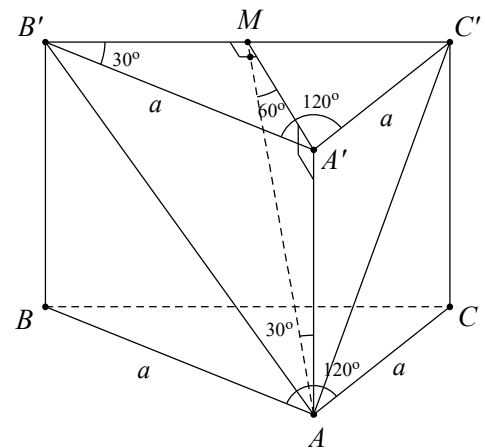
$$\sin \widehat{A'B'M} = \frac{A'M}{A'B'} \Leftrightarrow \sin 30^\circ = \frac{A'M}{a} \Leftrightarrow A'M = \frac{a}{2}$$

+ Xét $\triangle A'MA$ vuông tại A'

$$\tan \widehat{A'AM} = \frac{A'M}{A'A} \Rightarrow A'A = \frac{\frac{a}{2}}{\tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\bullet \text{Diện tích } \triangle ABC: S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

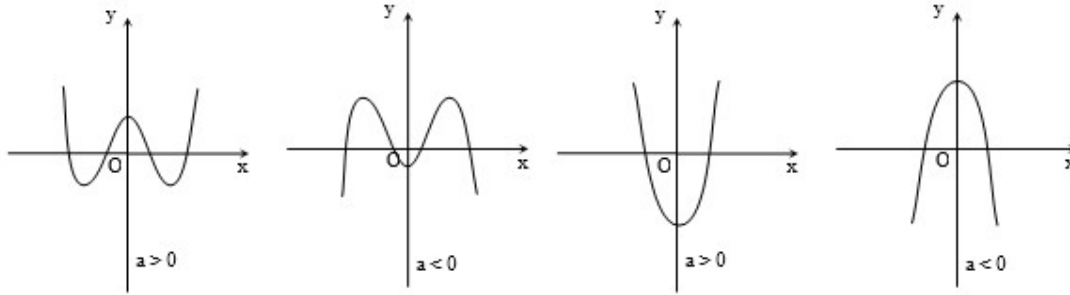
$$\text{Thể tích khối lăng trụ là: } V = S \cdot h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{8}. \text{ Chọn D.}$$



Câu 42: • $y = mx^4 + (2019 - m)x^2 - 1$.

Đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương có 4 hình dạng như sau:

Bốn dạng đồ thị hàm số trùng phương



• Để hàm số không có điểm cực đại

⇒ Phải là đồ thị thứ 3

⇒ Đồ thị có 1 cực trị và hệ số $a > 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \cdot b \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2019 - m \leq 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 2019$$

TH2: $m = 0 \Rightarrow y = 2019x^2 - 1$

+ $y' = 2038x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

+ $y''(0) = 2038 > 0 \Rightarrow x = 0$ là cực tiểu

⇒ $m = 0$ thỏa mãn. Vậy $0 \leq m \leq 2019$ ta có 2020 giá trị nguyên của m . **Chọn A.**

Câu 43: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

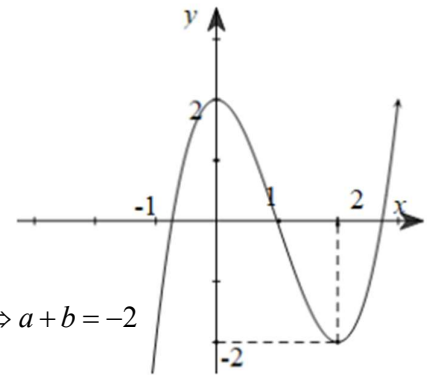
⇒ $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

• Đồ thị đi qua 3 điểm (0;2), (1;0) và (2;-2)

• Đồ thị có 2 điểm cực trị (0;2) và (2;-2)

Vậy ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} y(0) = 2 \\ y(1) = 0 \\ y(2) = -2 \\ y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ a + b + c + d = 0 \\ 8a + 4b + 2c + d = -2 \\ c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ c = 0 \\ a + b + 2 = 0 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ c = 0 \\ a = 1 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow a + b = -2$$



Chọn D.

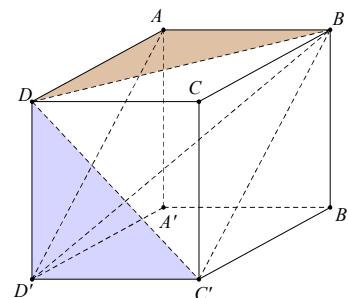
Câu 44: Ta có: $V_{D.ABC'D'} = V_{D.ABD'} + V_{D.BC'D'}$

$= V_{D'.ABD} + V_{B.DC'D'}$

$= \frac{1}{2}(V_{D'.ABCD} + V_{B.DCC'D'})$

$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'} + \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'} \right) = \frac{1}{3} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{a^3}{3}$.

Chọn B.



Câu 45: $2^{2x^2-15x+100} - 2^{x^2+10x-50} + x^2 - 25x + 150 < 0$

$\Leftrightarrow 2^{2x^2-15x+100} + 2x^2 - 15x + 100 < 2^{x^2+10x-50} + x^2 + 10x - 50$

• Đặt $a = 2x^2 - 15x + 100, b = x^2 + 10x - 50$.

• Bất phương trình suy ra: $2^a + a < 2^b + b$.

Hàm số $f(x) = 2^x + x$ đồng biến vì $y' = 2^x \ln 2 + 1 > 0, \forall x$ nên $a < b$

$\Rightarrow 2x^2 - 15x + 100 < x^2 + 10x - 50$

$\Leftrightarrow x^2 - 25x + 150 < 0$

$\Leftrightarrow 10 < x < 15$

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là 4 nghiệm (11, 12, 13, 14). **Chọn C.**

Câu 46:

• Đa diện ABCDEF tạo thành từ 6 đỉnh của 6 hình chóp là cạnh bằng x

• Gọi O là tâm hình lập phương suy ra $O = BD \cap CE$

\Rightarrow Thể tích bát diện đều là:

$$V_1 = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot AO \cdot S_{BCDE} = \frac{x^3 \sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow \frac{x^3 \sqrt{2}}{3} = \frac{32}{3} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AO = \frac{x}{\sqrt{2}} = 2$$

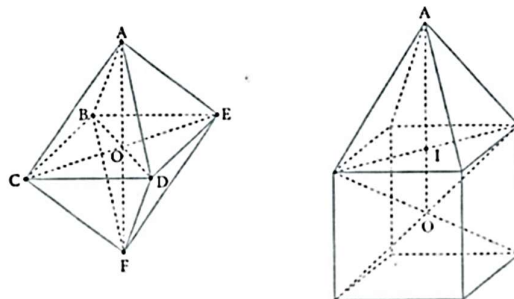
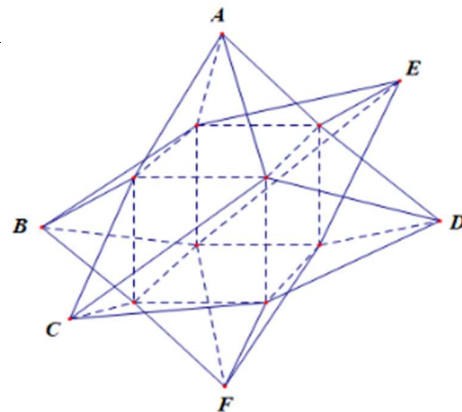
Khi đó chiều cao của hình chóp đều là $AI = \frac{3}{2}$.

Thể tích của mỗi hình chóp tứ giác đều là

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

Vậy thể tích của khối cầu gai là $V = 1 + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4$.

Chọn D.



Câu 47: $f(x) = (x^2 + 3x + 2)^{\sin\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)}$

Ta có:

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)$ nhận giá trị 1 khi k chẵn và nhận giá trị -1 khi k lẻ nên:

$$\begin{cases} \log f(2k) = \log\left((2k)^2 + 3 \cdot (2k) + 2\right) = \log(2k+1)(2k+2) = \log(2k+1) + \log(2k+2) \\ \log f(2k+1) = -\log\left((2k+1)^2 + 3 \cdot (2k+1) + 2\right) = -\log(2k+2)(2k+3) = -(\log(2k+2) + \log(2k+3)) \end{cases}$$

Suy ra

+ Với n chẵn:

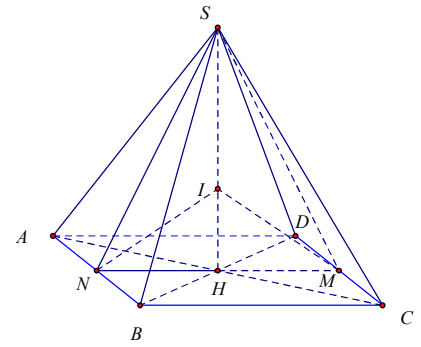
$$\begin{aligned} & \log f(1) + \log f(2) + \dots + \log f(n) \\ &= (-\log 2 - \log 3) + (\log 3 + \log 4) + (-\log 4 - \log 5) + \dots + (\log(n+1) + \log(n+2)) \\ &= \log(n+2) - \log(2) \Rightarrow |\log f(1) + \log f(2) + \dots + \log f(n)| = \left| \log \frac{n+2}{2} \right| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 18(tm) \\ n = -\frac{9}{5}(l) \end{cases} \end{aligned}$$

+ Với n lẻ:

$$\begin{aligned} & \log f(1) + \log f(2) + \dots + \log f(n) \\ &= (-\log 2 - \log 3) + (\log 3 + \log 4) + (-\log 4 - \log 5) + \dots + (-\log(n+1) - \log(n+2)) \\ &= -\log(n+2) - \log(2) \Rightarrow |\log f(1) + \log f(2) + \dots + \log f(n)| = |\log 2(n+2)| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3(tm) \\ n = \frac{-39}{20}(l) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tổng các nghiệm n thỏa mãn đề bài là $18 + 3 = 21$. **Chọn C.**

- Câu 48:**
- Xét hình chóp tứ giác đều S.ABCD có
 - + độ dài cạnh đáy bằng x
 - + chiều cao SH=h (H là tâm ABCD)
 - Gọi M là trung điểm CD và N là trung điểm AB



- $\Rightarrow SM = SN (\triangle SAB = \triangle SCD)$
- $\Rightarrow \triangle SMN$ cân tại S
- Vẽ phân giác góc SMH cắt SH tại I thì I chính là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác SMN

$\Rightarrow I$ cũng là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp đã cho.

Theo giả thuyết thì HI = 1 nên theo tính chất đường phân giác ta có:

$$\frac{IS}{HI} = \frac{MS}{MH} \Leftrightarrow \frac{h-1}{1} = \frac{\sqrt{h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2}}{\frac{x}{2}} \Leftrightarrow \frac{x^2(h-1)^2}{4} = h^2 + \frac{x^2}{4} \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} \left[(h-1)^2 - 1 \right] = h^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{4h^2}{h^2 - 2h} = \frac{4h}{h-2}$$

Suy ra thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} x^2 \cdot h = f(h) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4h}{h-2} \cdot h = \frac{4}{3} \cdot \frac{h^2}{h-2}$ với $h > 2$.

Ta có $f'(h) = \frac{4}{3} \cdot \frac{2h \cdot (h-2) - h^2}{(h-2)^2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{h^2 - 4h}{(h-2)^2}$.

$f'(h) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{3} \cdot \frac{h^2 - 4h}{(h-2)^2} = 0 \Leftrightarrow h = 4 (h > 2)$

Suy ra $V \geq f(4) = \frac{4}{3} \cdot \frac{4^2}{2} = \frac{32}{3}$. **Chọn C.**

- Câu 49:**
- Gọi bán kính khối cầu là R (dm).

Thể tích nước tràn ra ngoài bằng thể tích của nửa khối cầu nên:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) = 18\pi \Rightarrow R^3 = 27 \Rightarrow R = 3$$

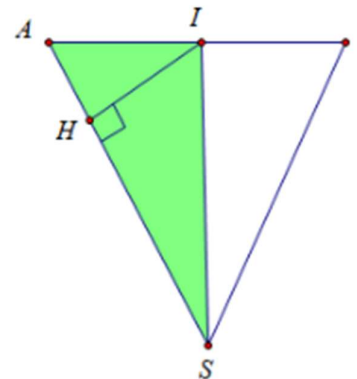
Suy ra chiều cao của bình nước là: $h = 2R = 2 \cdot 3 = 6$ (dm).

- Bán kính đáy của hình nón là IA và theo hệ thức lượng trong tam

giác vuông IAS: $\frac{1}{IA^2} + \frac{1}{SI^2} = \frac{1}{HI^2}$

$\Rightarrow IA^2 = 12$

Thể tích nước còn lại là $V = V_N - 18\pi = \frac{1}{3} \pi R_N^2 h - 18\pi = \frac{1}{3} \pi \cdot 12 \cdot 6 - 18\pi = 6\pi$. **Chọn D.**



Câu 50: • Xét phương trình: $|f(x^4 - 2x^2)| = 2$

• Đặt $x^4 - 2x^2 = t$

$$\Rightarrow |f(t)| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(t) = 2 \\ f(t) = -2 \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } f(t) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -0,6 & \Rightarrow x^4 - 2x^2 = -0,6(4no) \\ t = 0,7 & \Rightarrow x^4 - 2x^2 = 0,7(2no) \\ t = 2,8 & \Rightarrow x^4 - 2x^2 = 2,8(2no) \end{cases}$$

+ Với $f(t) = -2 \Leftrightarrow t = -1,1 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 = -1,1 \Rightarrow$ Vô nghiệm

Vậy có 8 nghiệm thực thỏa mãn phương trình đã cho. **Chọn D.**

