GIẢI CHI TIẾT
ĐỀ THI CUỐI HỌC KÌ 1
THPT CHUYÊN AMSTERDAM – HÀ NỘI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.D	4.C	5.C	6.B	7.B	8.C	9.D	10.A
11.D	12.A	13.C	14.B	15.C	16.D	17.A	18.A	19.C	20.C
21.B	22.A	23.A	24.C	25.A	26.D	27.A	28.D	29.B	30.C
31.C	32.D	33.B	34.D	35.C	36.A	37.A	38.C	39.D	40.B
41.C	42.C	43.C	44.A	45.D	46.B	47.C	48.D	49.C	50.B

Câu 1: • Công thức: $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$

• Ta có $y' = (\ln(\cos x))' = \dfrac{(\cos x)'}{\cos x} = -\dfrac{\sin x}{\cos x}$. **Chọn B.**

Câu 2: • Ta có: $y = mx - 2m + 5$ với mọi m

$\Leftrightarrow m(x-2) + (5-y) = 0$ với mọi m

• Điểm cố định là điểm có tọa độ không phụ thuộc vào m

$\Rightarrow$ Để phương trình đúng với mọi m thì $\begin{cases} x-2=0 \\ 5-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}$

Vậy điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua là $(2;5)$. **Chọn A.**

Câu 3: • Ta có $y' = 3x^2 - 6x$

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array} \right.$ (thỏa mãn)

• Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ trên đoạn $[-4;5]$ có $\begin{cases} f(-4) = -109 \\ f(0) = 3 \\ f(2) = -1 \\ f(5) = 53 \end{cases}$

Vậy $M + m = 53 - 109 = -56$. **Chọn D.**

Câu 4: • Dựa vào BBT ta thấy:

+ $y' > 0 \forall x \in (-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$ $\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$

+ $y' < 0 \forall x \in (1;3) \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$. **Chọn C.**

Câu 5: • $f'(x)$ đổi dấu khi qua các điểm $x=1, x=2, x=3, x=4$

và hàm số $f(x)$ liên tục tại các điểm trên

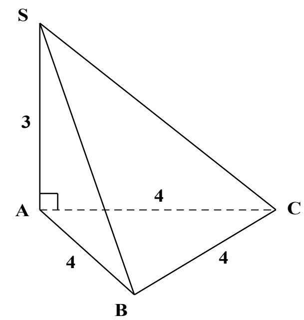
$\Rightarrow$ Hàm số có 3 điểm cực trị. **Chọn C.**

Câu 6: • Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

$\lim\limits_{x\to 5^-} f(x) = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 TCĐ $x = 5$.

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 2 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 TCN $y = 2$ **Chọn B.**

Câu 7:



• Ta có ΔABC là tam giác đều cạnh bằng 4.

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$$

• Thể tích khối chóp là:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{3}.4\sqrt{3}.3 = 4\sqrt{3}$$

Chọn B.

Câu 8: • Hình lập phương có 6 mặt, khi cắt đi 8 góc sẽ có thêm 8 mặt ở các góc

Vậy có tổng cộng 14 mặt. **Chọn C.**

Câu 9: • Xét đáp án A: Đồ thị (C) của hàm số cắt trục Ox tại điểm có hoành độ $x = -1$. **Đúng**

Xét đáp án B: Điểm $I(2020;2021)$ thuộc đồ thị (C) của hàm số. **Đúng**

• Giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành là điểm có hoành độ $x = -1$.

$$\Rightarrow f'(-1) = -\frac{1}{2020}$$

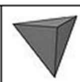
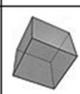
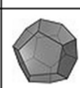
Tiếp tuyến của đồ thị (C) có tại giao điểm của (C) với trục hoành là điểm $(-1;0)$ có ptr là:

$$y = -\frac{1}{2020}(x+1) = -\frac{1}{2020}x - \frac{1}{2020}$$

$\Rightarrow$ Đáp án D sai. **Chọn D.**

Câu 10: • Hình bát diện đều có 6 đỉnh

Bảng tóm tắt của năm loại khối đa diện đều

Khối đa diện đều		Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Ký hiệu $\{n;p\}$	Số MPĐX
Tứ diện đều		4	6	4	{3, 3}	6
Khối Lập Phương		8	12	6	{4, 3}	9
Khối Tám Mặt Đều		6	12	8	{3, 4}	9
Khối Mười Hai Mặt Đều		20	30	12	{5, 3}	15
Khối Hai Mươi Mặt Đều		12	30	20	{3, 5}	15

Chọn A.

Câu 11: **Cách 1:** • Ta có: $\log_{10}30 = \log_{10}10 + \log_{10}3 = 1 + \log_{10}3$

$$\Leftrightarrow \log_{10}30 = 1 + \frac{1}{\log_3 10} = 1 + \frac{1}{\log_3 2 + \log_3 5} = 1 + \frac{1}{\log_3 2 + \dfrac{\log_2 5}{\log_2 3}}$$

$$\Leftrightarrow \log_{10}30 = 1 + \frac{1}{\dfrac{1}{a} + \dfrac{b}{a}} = 1 + \frac{a}{b+1} = \frac{a+b+1}{b+1}.$$

Cách 2: Trắc nghiệm

• Dùng chức năng lưu SHIFT + STO lưu $A = \log_2 3$, $B = \log_2 5$

• Lấy $\log_{10}30$ - (4 đáp án) = 0 là đáp án đúng

Thử đáp án D: $\log_{10}30 - \left(\dfrac{1+A+B}{1+B}\right) = 0$. **Chọn D.**

Câu 12: $y = \log(x^2 - 2x + m)$

• ĐKXĐ: $x^2 - 2x + m > 0 \quad \forall x.$

• Để hàm số luôn xác định với mọi giá trị của x

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 4m < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

Vậy $m \in (1;10) \Rightarrow$ Có 8 giá trị nguyên. **Chọn A.**

Câu 13: • Ta có $\widehat{(AD;(ABC))} = \widehat{DAH} = 60^\circ$

• Xét tam giác ΔDHA vuông tại H có:

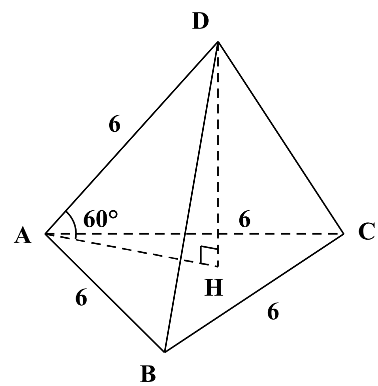
$$DH = DA.\sin 60^o = 6.\frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

• Tam giác ΔABC là tam giác đều có cạnh bằng 6

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{6^2.\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$$

Vậy thể tích khối tứ diện là: $V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}B.h = \dfrac{1}{3}.9\sqrt{3}.3\sqrt{3} = 27.$

Chọn C.



Câu 14: • Đặt $2^x = t \quad (t > 0)$, ta có: $t^2 + 2^{2019}t - 3 = 0$

• Do $a.c < 0 \Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm trái dấu

Mà mỗi 1 nghiệm t dương ứng với 1 nghiệm x

$\Rightarrow$ Phương trình có 1 nghiệm duy nhất. **Chọn B.**

Câu 15: • $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) = AB \\ SH \perp AB \end{cases}$ (H là trung điểm AB)

$\Rightarrow SH \perp (ABCD)$

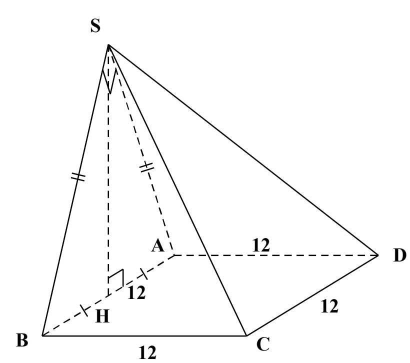
• Diện tích đáy $S_{ABCD} = 12^2 = 144$

• Xét tam giác ΔSAB vuông cân tại S có:

$$SH = \frac{1}{2}AB = 6$$

• Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}B.h = \dfrac{1}{3}.144.6 = 288$.

Chọn C.



Câu 16: • Thể tích khối lập phương $V = a^3 = 125 \Rightarrow a = 5$

• Độ dài đường chéo $A'C = a\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$. **Chọn D.**

Câu 17: • Khi cuộn tấm tôn lại để tạo thành hình trụ

$\Rightarrow$ Diện tích hình chữ nhật = Diện tích xung quanh trụ

Chiều cao hình trụ $h = 1$

$\Rightarrow$ $S_{xq} = S_{hcn} = 4$ mà $S_{xq} = 2\pi rh \Leftrightarrow 4 = 2\pi r \Leftrightarrow r = \dfrac{2}{\pi}(m)$

• Vậy thể tích hình trục $V = \pi r^2 h \approx 1,273m^3 = 1273dm^3 = 1273l$. **Chọn A.**

Câu 18: • ĐKXĐ: $x \geq 2$

• Tìm TCN: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{x-2}-1}{x^2-9} = 0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 TCN là $y = 0$

• Tìm TCĐ: Cho mẫu = 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3(TM) \\ x = -3(Loai) \end{array}\right.$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{\sqrt{x-2}-1}{x^2-9} = 0,0833333 \\ \lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{\sqrt{x-2}-1}{x^2-9} = 0,0833333 \end{cases} \Rightarrow x = 3 \text{ không là TCĐ}$$

Vậy hàm số chỉ có 1 TCN là $y = 0$. **Chọn A.**

Câu 19: • Ta có $x^3 - 12x + m = 0 \Leftrightarrow m = -x^3 + 12x$ (1)

• Xét hàm số $f(x) = -x^3 + 12x$

+ $f'(x) = -3x^2 + 12$

+ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$

+ BBT:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-16	$\nearrow$	16	$\searrow$	$-\infty$

• Để phương trình (1) có 3 nghiệm thực phân biệt thì đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $f(x) = -x^3 + 12x$ tại 3 điểm phân biệt

$\Rightarrow -16 < m < 16$. Vậy có 31 giá trị nguyên của m. **Chọn C.**

Câu 20: $y = \dfrac{1}{5}x^5 - \dfrac{1}{3}x^3 + 1$

• $y' = x^4 - x^2 = x^2\left(x^2 - 1\right)$

• $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 0(\text{Loai}) \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị. **Chọn C.**

Câu 21: $y=-\frac{1}{3}x^3+\left(m+1\right)x^2-2x+4$

- Ta có $y'=-x^2+2(m+1)x-2$
- Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ $\Rightarrow y'\le 0\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow -x^2+2(m+1)x-2\le 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta\le 0\\ a<0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}4(m+1)^2-8\le 0\\ -1<0\end{cases}\Rightarrow -1-\sqrt{2}\le m\le -1+\sqrt{2}$

Chọn B.

Câu 22: • Diện tích toàn phần của hình nón: $S_{tp}=S_{xq}+S_d=\pi Rl+\pi R^2$. **Chọn A.**

Câu 23: **Cách 1: Tự luận**

• Ta có: $y=x^4-4x^2+1$

$\Rightarrow y'=4x^3-8x$

• $y'=0$

$\Rightarrow y'=4x^3-8x=0$

$\Rightarrow x=\left[\begin{array}{l}0\\ \sqrt{2}\\ -\sqrt{2}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}A(0;1)\\ B(\sqrt{2};-3)\\ C(-\sqrt{2};-3)\end{array}\right.$

+) $AB=\sqrt{(\sqrt{2}-0)^2+(-3-1)^2}=3\sqrt{2}$

+) $AC=\sqrt{(-\sqrt{2}-0)^2+(-3-1)^2}=3\sqrt{2}$

+)BC=$\sqrt{(-\sqrt{2}-\sqrt{2})^2+(-3+3)^2}=2\sqrt{2}$

• Diện tích tam giác có ba đỉnh là ba cực trị của đồ thị (C):

• Theo công thức hê-rông:

p: nửa chu vi tam giác

-Ta có: $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

+) $p=\frac{3\sqrt{2}+3\sqrt{2}+2\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$

$\Rightarrow S=\sqrt{4\sqrt{2}.\left(4\sqrt{2}-3\sqrt{2}\right).\left(4\sqrt{2}-3\sqrt{2}\right).\left(4\sqrt{2}-2\sqrt{2}\right)}=4\sqrt{2}$ **Chọn A.**

Cách 2: Trắc nghiệm• Áp dụng công thức tính nhanh cho diện tích tam giác tạo bởi 3 điểm cực trị của hàm bậc trùng phương:

$32a^3.S^2+b^5=0$

$\Rightarrow S=\sqrt{\frac{-b^5}{32a^3}}=\sqrt{\frac{-(-4)^5}{32.1^3}}=4\sqrt{2}$

Câu 24: • Ta có $y'=1+2x+3x^2+...+2018x^{2017}+2019x^{2018}$

- Hệ số góc k của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=1$ là

$k=f'(1)=1+2+3+...+2018+2019=\frac{2019.2020}{2}=2039190$. **Chọn C.**

Câu 25: • Điều kiện: $x^2-4x+5>0\forall x$

$\Rightarrow$ TXĐ: $D=\mathbb{R}$

• Ta có $y'=5^{\sqrt{x^2-4x+5}}.\ln 5.\dfrac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x+5}}$

Cho $y'=0\Rightarrow 2x-4=0\Leftrightarrow x=2\Rightarrow y=5$

Vậy tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số là $(2;5)$. **Chọn A.**

Câu 26: • **Cách 1: Tự luận**

Ta có: $a^2+b^2=27ab\Leftrightarrow (a-b)^2=25ab\ \ (a<b)$

$\Leftrightarrow b-a=5\sqrt{ab}$

$\Rightarrow \log_5(b-a)=\log_5 5\sqrt{ab}\Leftrightarrow \log_5(b-a)=\log_5 5+\log_5\sqrt{ab}$

$\Leftrightarrow \log_5\dfrac{b-a}{5}=\log_5\sqrt{a}+\log_5\sqrt{b}=\log_5\sqrt{a}+\log_{25}b$

• **Cách 2: Trắc nghiệm**

$a^2+b^2=27ab$, cho $b=1\Rightarrow a^2+1-27a=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=\dfrac{27+5\sqrt{29}}{2}\approx 26,96(L) \\ a=\dfrac{27-5\sqrt{29}}{2}\approx 0,037(TM)\end{array}\right.$ vì $a<1$

Thay $b=1,a=\dfrac{27-5\sqrt{29}}{2}$ vào 4 đáp án

Thử đáp án D: $\begin{cases} VT=\log_5\dfrac{b-a}{5}=-1,023 \\ VP=\log_5\sqrt{a}+\log_{25}b=-1,023\end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 27: • Ta có: $\widehat{(SB;AD)}=\widehat{(SB;BC)}=\widehat{SBC}=60^\circ$ (Vì $AD//BC$)

• Xét tam giác ΔSBC cân tại S có $\widehat{SBC}=60^\circ$

$\Rightarrow$Tam giác ΔSBC là tam giác đều

$\Rightarrow BC=6$

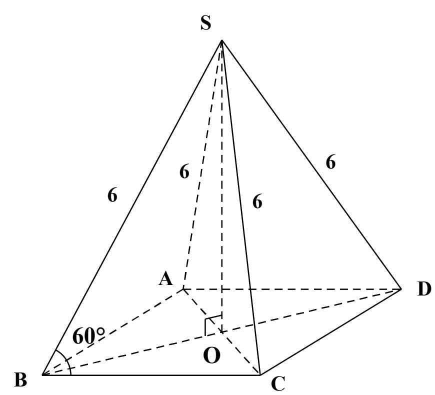
• Xét tam giác ΔSOB vuông tại O có:

$SO=\sqrt{SB^2-BO^2}=\sqrt{6^2-\left(\dfrac{6\sqrt{2}}{2}\right)^2}=3\sqrt{2}$

• Thể tích khối chóp là:

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}B.h=\dfrac{1}{3}.6^2.3\sqrt{2}=36\sqrt{2}$.

Chọn A.



Câu 28: • Khoảng cách giữa 2 đáy là chiều cao $\Rightarrow h=7$

• Diện tích toàn phần của hình trụ:

$S_{tp}=S_{xq}+S_d=2\pi rh+2\pi r^2=2\pi.5.7+2\pi.5^2=120\pi$. **Chọn D.**

Câu 29: • Thể tích khối cầu: $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=36\pi\Leftrightarrow R=3$. **Chọn B.**

Câu 30: • Ta có: $y' = -6.f'(4-3x)$

• Hàm số đồng biến $\Leftrightarrow -6.f'(4-3x) > 0 \Leftrightarrow f'(4-3x) < 0$

• Dựa vào bảng biến thiên ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$

$\Rightarrow f'(4-3x) < 0$

$\Leftrightarrow 0 < 4-3x < 2$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3} < x < \frac{4}{3}$. **Chọn C.**

Câu 31: $y = x^3 - 3x^2 + 3$

• Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$

• Giải: $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

• Khi đó tọa độ hai điểm cực trị A, B của đồ thị (C) là: $(0;3);(2;-1)$.

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (0;3); \overrightarrow{OB} = (2;-1) \Rightarrow cos\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right) = \frac{\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}}{\left|\overrightarrow{OA}\right|.\left|\overrightarrow{OB}\right|} = \frac{-1}{\sqrt{5}}$.

Vậy khẳng định C sai. **Chọn C.**

Câu 32: • $x^2.3^x + 2.3^x + 3x = x^2 + x.3^{x+1} + 2$

$\Leftrightarrow x^2.3^x + 2.3^x + 3x = x^2 + 3x.3^x + 2$

$\Leftrightarrow x^2.3^x + 2.3^x - 3x.3^x = x^2 - 3x + 2$

$\Leftrightarrow 3^x\left(x^2 - 3x + 2\right) = x^2 - 3x + 2$

$\Leftrightarrow \left(3^x - 1\right)\left(x^2 - 3x + 2\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x - 1 = 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$

• Tổng các nghiệm của phương trình là: $0+1+2=3$. **Chọn D.**

Câu 33: Điều kiện: $x > 0$

• Ta có: $\log^2{}_4 x^2 + m\log_8 x - 8 = 0 \Leftrightarrow \left(\log_2 x\right)^2 + \frac{m}{3}\log_2 x - 8 = 0$

• Theo định lý Viet ta có:

$\log_2 x_1 + \log_2 x_2 = \frac{-m}{3} \Leftrightarrow \frac{-m}{3} = \log_2\left(x_1x_2\right) = \log_2 32 = 5 \Leftrightarrow m = -15$. **Chọn B.**

Câu 34: • ĐKXĐ: $x \neq 3m$

• Để hàm số xác định trên khoảng $(-12;-9)$ thì:

$$3m \notin (-12;-9) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3m \geq -9 \\ 3m \leq -12 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq -3 \\ m \leq -4 \end{array}\right..$$

• Ta có: $y' = \dfrac{-3m-6}{(x-3m)^2}$

+ Để hàm số đồng biến thì: $y' > 0 \Leftrightarrow \dfrac{-3m-6}{(x-3m)^2} > 0 \Leftrightarrow -3m-6 > 0 \Leftrightarrow m < -2.$

Kết hợp các điều kiện ta suy ra: $\left[\begin{array}{l} m \leq -4 \\ -3 \leq m < -2 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 35: • Đặt $2\sin x = t$ khi đó ta có: $\sin x \in [-1;1]$ nên $t \in [-2;2]$.

Xét hàm số $y = f(t)$ với $t \in [-2;2]$.

Dựa vào bảng biến thiên:

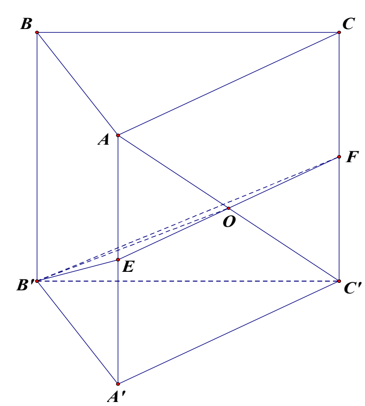
x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

$$\Rightarrow \max_{[-2;2]} f(t) = 4; \min_{[-2;2]} f(t) = 0.$$

$\Rightarrow M + m = 4 + 0 = 4.$

Chọn C.

Câu 36:



• Ta có: $\dfrac{V_{B'EF.ABC}}{V} = \dfrac{\dfrac{BB'}{BB'} + \dfrac{AE}{AA'} + \dfrac{CF}{CC'}}{3} = \dfrac{2}{3}$

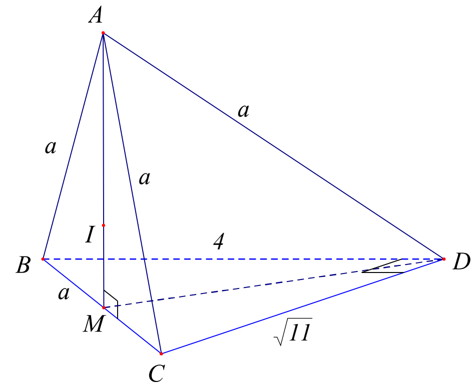
$\Rightarrow V_2 = V_{B'EF.ABC} = \dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow V_1 = V - V_2 = 1 - \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}.$

Chọn A.

Câu 37: **Cách 1:** • Đặt $AB = AD = BC = AC = a$



• Có $\begin{cases}(ABC)\perp(BCD)\\ AM\perp BC\end{cases}\Rightarrow AM\perp(BCD)$

$\Rightarrow AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (Đường cao trong tam giác đều)

•Xét tam giác AMD vuông tại M:

$MD = \sqrt{AD^2 - AM^2} = \sqrt{a^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \dfrac{a}{2}$.

• Lại có $MD^2 = \dfrac{DB^2 + DC^2}{2} - \dfrac{BC^2}{4}$ (Công thức trung tuyến)

$\Leftrightarrow \dfrac{a^2}{4} = \dfrac{16+11}{2} - \dfrac{a^2}{4} \Rightarrow a = 3\sqrt{3}$

Mà $\left(3\sqrt{3}\right)^2 = 4^2 + \left(\sqrt{11}\right)^2 \Leftrightarrow 27 = 27$ (Luôn đúng)

$\Rightarrow \Delta BCD$ vuông tại D. (Pitago đảo)

$\Rightarrow$ M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBCD

Trên AM lấy điểm I sao cho $AI = \dfrac{2}{3}AM$

$\Rightarrow$ I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC

$\Rightarrow IA = IB = IC$

Mà I thuộc AM $\Rightarrow IB = IC = ID$

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$

• Bán kính khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là: $R = IA = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{2}{3} = 3$

$\Rightarrow V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi 3^3 = 36\pi$.

Cách 2: Công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp có 1 mặt bên vuông đáy

$R = \sqrt{r^2_{ñaùy} + r^2_{beân} - \dfrac{Giaotuyeán^2}{4}}$

+ $r_{ñaùy} = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{a}{2}$

+ $r_{beân} = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

+ Giao tuyến = BC = a

$\Rightarrow R = \sqrt{\dfrac{a^2}{4} + \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} = \dfrac{3\sqrt{3}.\sqrt{3}}{3} = 3 \Rightarrow V = \dfrac{4}{3}\pi 27 = 36\pi$. **Chọn A.**

Câu 38: • Xét khẳng định I: Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì có đạo hàm trên $\mathbb{R}$

Mệnh đề này chưa đúng, lấy ví dụ $y=|x|=\sqrt{x^2}$

+ Hàm số liên tục trên R

+ $y'=\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2}}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2}}$ $\Rightarrow$ Đạo hàm của hàm số không xác định tại $x=0$ $\Rightarrow$ Kết luận có đạo hàm trên R là sai

• Xét khẳng định II: Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ luôn có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

Mệnh đề này chưa đúng, lấy ví dụ $y=2^x$

+ Hàm số liên tục trên R nhưng không có GTLN và GTNN

• Xét khẳng định III: Đúng

• Xét khẳng định IV: Đúng

Vậy có 2 khẳng định đúng. **Chọn C.**

Câu 39: • Để hình trụ được làm ra tốn ít nguyên liệu thì diện tích toàn phần hình trụ sẽ nhỏ nhất.

$\Rightarrow S=2\pi rh+\pi r^2$ nhỏ nhất.

• Ta có $V=64\pi=\pi r^2h\Rightarrow h=\dfrac{64}{r^2}$

$$\Rightarrow S=2\pi r\frac{64}{r^2}+\pi r^2=\frac{128\pi}{r}+\pi r^2$$

$$S'=\frac{-128\pi}{r^2}+2\pi r=\frac{2\pi r^3-128\pi}{r^2}$$

Cho $S'=0\Leftrightarrow 2\pi r^3-128\pi=0\Leftrightarrow r^3=64\Leftrightarrow r=4$. **Chọn D.**

Câu 40: $\log_4\left(2x^2+2x+m\right)=\log_2\left(x-1\right)$

•Điều kiện: $x>1$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\log_2\left(2x^2+2x+m\right)=\log_2\left(x-1\right)$

$\Leftrightarrow \log_2\left[\left(2x^2+2x+m\right)^{\frac{1}{2}}\right]=\log_2\left(x-1\right)$

$\Leftrightarrow \sqrt{2x^2+2x+m}=x-1$

$\Leftrightarrow 2x^2+2x+m=x^2-2x+1$

$\Leftrightarrow m=-x^2-4x+1$

• Đặt $y=-x^2-4x+1$

$\Rightarrow y'=-2x-4=0\Leftrightarrow x=-2\,(L)$

+ Ta có BBT:

x	$-\infty$	1		$+\infty$
y'			$-$	
y		-4	$\searrow$ $y=m$	$-\infty$

+ Dựa vào BBT ta thấy để phương trình có nghiệm thì $m<-4$. **Chọn B.**

Câu 41: • Áp dụng công thức vay nợ trả góp

Số tiền còn nợ = $T(1+r)^n - \frac{a}{r}\left[(1+r)^n - 1\right]$

+ Trong đó T là số tiền ban đầu anh X vay cửa hàng , a là số tiền trả góp hàng tháng , r là lãi suất hàng tháng , n số kì hạn (thời gian vay, cùng đơn vị với lãi suất)

• Anh X trả nợ mỗi tháng $3.000.000$đ mỗi tháng và với lãi suất $2,5\%$ / tháng và trả hết nợ

$$\Rightarrow 0 = 43.990.000\ .\ (1+0,025)^n - 3.000.000.\frac{(1+0,025)^n - 1}{0,025} \Rightarrow n \approx 18,49$$

Vậy anh X phải trả sau 19 tháng thì hết nợ . **Chọn C.**

Câu 42: • Ta có $16.5^x = 25.2^{x^2} \Leftrightarrow \frac{16}{2^{x^2}} = \frac{25}{5^x} \Leftrightarrow 2^{4-x^2} = 5^{2-x}$

+ Đặt $2^{4-x^2} = 5^{2-x} = t\ (t>0) \Rightarrow \begin{cases} 4-x^2 = \log_2 t \\ 2-x = \log_5 t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x^2 = \dfrac{1}{\log_t 2} (1) \\ 2-x = \dfrac{1}{\log_t 5} (2) \end{cases}$

Lấy $(1):(2) \Rightarrow \frac{\log_t 5}{\log_t 2} = \frac{4-x^2}{2-x}$

$\Leftrightarrow \log_2 5 = \frac{x^2-4}{x-2}$

$\Leftrightarrow x^2 - 4 = \log_2 5(x-2)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} x = 2 \\ x+2 = \log_2 5 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{c} x_1 = \log_2 5 - 2 \\ x_2 = 2 \end{array}\right.$

$\Rightarrow x_1 + 2x_2 = 2 + \log_2 5$. **Chọn C.**

Câu 43: • Ta có $y = x^3 - 3x^2 + 2mx + 1$

Để hàm số nghịch biến trên $(0;3)$

$\Rightarrow y' \le 0 \forall x \in (0;3)$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 2m \le 0$ trên $(0;3)$

$\Leftrightarrow 2m \le -3x^2 + 6x = f(x)$

$\Rightarrow 2m \le \underset{(0;3)}{Min}\, f(x)$

•Xét hàm $f(x) = -3x^2 + 6x$ trên $(0;3)$

$f'(x) = -6x + 6$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (Thỏa mãn)

+ Ta có BBT:

x	0		1		3
f'(x)		+	0	-	
f(x)			3		
	0				-9

$\Rightarrow 2m \le -9 \Rightarrow m \le -\frac{9}{2}$. **Chọn C.**

Câu 44: • Xét: $\log_x(2-x)=2$, điều kiện: $\begin{cases}2-x>0\\x>0\\x\neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<2\\x>0\Rightarrow x\in(0;1)\cup(1;2)\\x\neq 1\end{cases}$

• Phương trình tương đương $2-x=x^2 \Rightarrow x^2+x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1(L)\\x=-2(L)\end{array}\right.$

Vậy phương trình vô nghiệm . **Chọn A.**

Câu 45: • Ta có $y=\left|x^4-2x^2+m\right|$ trên đoạn $[0;2]$

• Xét hàm $f(x)=x^4-2x^2+m \Rightarrow f'(x)=4x^3-4x \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$

+ Ta có BBT:

x	0		1		2
f'(x)		-	0	+	
f(x)	m	$\searrow$	m-1	$\nearrow$	m+8

$\Rightarrow Max$ xảy ra khi $x=1$ hoặc $x=2$

+ TH1: Khi $m=-3,5$ thì $\Rightarrow|m-1|=|m+8|=4,5$ nên $\max\limits_{[0;2]} y=4,5$

+ TH2: Khi $m>-3,5 \Rightarrow m+8>4,5 \Rightarrow |m+8|>4,5 \Rightarrow \max\limits_{[0;2]} y>4,5$

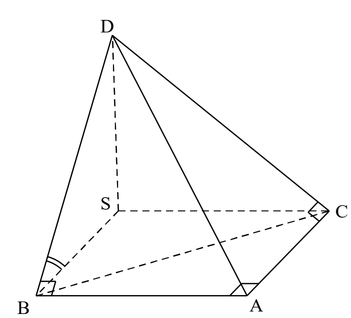
+ TH3: Khi $m<-3,5 \Rightarrow m-1<-4,5 \Rightarrow |m-1|>4,5 \Rightarrow \max\limits_{[0;2]} y>4,5$

Vậy $m=-3,5$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn D.**

Câu 46: • Kẻ $DS\perp(ABC)$

• Ta có: $\begin{cases}AB\perp SB\\AB\perp DS\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SBD)\Rightarrow AB\perp SB$ (1)

$\begin{cases}AC\perp SC\\AC\perp SD\end{cases}\Rightarrow AC\perp(SCD)\Rightarrow AC\perp SC$ (2)



Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ $ABSC$ là hình chữ nhật

$\Rightarrow \widehat{(BD,(ABC))}=\widehat{DBS}=45^\circ \Rightarrow DS=SB=AC=8(cm)$

• $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.DS.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.8.\dfrac{8.6}{2}=64\left(cm^2\right)$. **Chọn B.**

Câu 47: • $\log_3\left(x^2-2x+m\right)-\log_3 x=33x+2-3m-3x^2$

$\Leftrightarrow \log_3\left(x^2-2x+m\right)+3x^2+3m-6x=\log_3 x+2+27x$ với $x>0$

$\Leftrightarrow \log_3\left(x^2-2x+m\right)+3x^2+3m-6x=\log_3 9x+27x$

$\Leftrightarrow \log_3\left(x^2-2x+m\right)+3\left(x^2-2x+m\right)=\log_3 9x+3.9x$

$\Leftrightarrow f\left(x^2-2x+m\right)=f\left(9x\right)$

• Với $f\left(t\right)=\log_3 t+3t$ với $t>0$

Có $f'\left(t\right)=\dfrac{1}{t.\ln 3}+3>0\ \ \forall t>0 \Rightarrow f\left(t\right)$ luôn đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$.

$\Rightarrow x^2-2x+m=9x \Leftrightarrow m=-x^2+11x$

• Đặt $f\left(x\right)=-x^2+11x$ với $x>0$

$\Rightarrow f'\left(x\right)=-2x+11=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{11}{2}$ (Thỏa mãn)

Có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	0		$5,5$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$30,25$	$\searrow$	$-\infty$

• Vậy phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m\le 30,25$

Có 30 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 48: • $1+3^{x^2-3x+m}=3^{x^2-4x}+3^{x+m}$

$\Leftrightarrow 1-3^{x+m}+3^{x^2-4x}.3^{x+m}-3^{x^2-4x}=0$

$\Leftrightarrow -\left(3^{x+m}-1\right)+3^{x^2-4x}\left(3^{x+m}-1\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(3^{x+m}-1\right)\left(3^{x^2-4x}-1\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3^{x+m}-1=0\\ 3^{x^2-4x}-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+m=0\\ x^2-4x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-m\\ x=0\\ x=4\end{array}\right.$$

• Phương trình có 3 nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases}-m\ne 0\\ -m\ne 4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\ne 0\\ m\ne -4\end{cases}$

• Để 3 nghiệm lập thành cấp số cộng, ta sắp xếp 3 nghiệm theo thứ tự sau:

(3 số a,b,c lập thành cấp số cộng $\Leftrightarrow a+c=2b$)

+ TH1: $-m;0;4 \Rightarrow -m+4=2.0 \Leftrightarrow -m=-4 \Leftrightarrow m=4$

+ TH2: $0;-m;4 \Rightarrow 0+4=-2m \Leftrightarrow -m=2 \Leftrightarrow m=-2$

+ TH3: $0;4;-m \Rightarrow 0-m=8 \Leftrightarrow m=-8$

• Như vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn. **Chọn D.**

Câu 49: • Điều kiện: $x \le 3$

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{3-x}}{x^2-2x+m} = 0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 TCN

$\Rightarrow$ Để đồ thị hàm số có 3 Tiệm cận phải cần thêm 2 TCĐ.

• Xét: $x^2-2x+m=0$ có nghiệm $x=3 \Rightarrow 3^2-2.3+m=0 \Leftrightarrow m=-3$

$\Rightarrow y = \dfrac{\sqrt{3-x}}{x^2-2x-3} = \dfrac{\sqrt{3-x}}{(x+1)(x-3)} = \dfrac{1}{-(x+1)\sqrt{3-x}} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 2 TCĐ nên $m=-3$ thỏa mã

• Xét: $x^2-2x+m=0$ với $x<3$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để $x^2-2x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn 3.

$\Leftrightarrow m=-x^2+2x$

+ Đặt $f(x)=-x^2+2x$

+ $f'(x)=-2x+2=0 \Leftrightarrow x=1$ (Thỏa mãn)

+ BBT:

x	$-\infty$		1		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$			1		
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	-3

• Để phương trình có 2 nghiệm $\Rightarrow m \in (-3,1)$ Kết hợp $m=-3$. **Chọn C.**

Câu 50: • Xét hàm số $g(x)=f(2x^2+1)$

• $g'(x)=\left[f\left(2x^2+1\right)\right]'=(4x+1)f'\left(2x^2+1\right)$

• Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-1}{4} \\ f'\left(2x^2+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^2+1=-1 \\ 2x^2+1=2 \\ 2x^2+1=3(\text{Nghiem kep}) \Rightarrow \text{Loai} \end{array}\right. \end{array}\right.$

Với $2x^2+1=-1 \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm

Với $2x^2+1=2 \Leftrightarrow x^2=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ x=\dfrac{-1}{\sqrt{2}} \end{array}\right. \Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm đơn

• Vậy $g'(x)=0$ có 3 nghiệm đơn là $x=\left\{\dfrac{-1}{\sqrt{2}};\dfrac{1}{\sqrt{2}};\dfrac{-1}{4}\right\}$ nên có 3 cực trị. **Chọn B.**