

GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ 1

THPT THĂNG LONG – HÀ NỘI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.A	4.D	5.A	6.C	7.A	8.C	9.B	10.A
11.A	12.B	13.B	14.D	15.B	16.D	17.D	18.B	19.D	20.D
21.C	22.A	23.A	24.C	25.B					

Câu 1: • ĐKXD: $x \geq 2; x \neq 3$.

Ta có:

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 4x + 3} = 0 \text{ nên } y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 4x + 3} = +\infty \text{ nên } x = 3 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

• Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận. **Chọn C.**

Câu 2: • Ta có: phương trình: $f'(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm bậc lẻ là: $x = \frac{1}{2}$.

• Vậy hàm số có duy nhất một điểm cực trị. **Chọn C.**

Câu 3: • Hình bát diện đều có tất cả 12 cạnh. **Chọn A.**

Câu 4: • Ta có: $y' = -3x^2 + 3$.

$$\text{Để hàm số đồng biến thì: } y' \geq 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1.$$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$. **Chọn D.**

Câu 5: • Do: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1; \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$, các giới hạn xác định hữu hạn nên $x = 2$ là không tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C).

• Do: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ nên $y = 2$ là TCN của đồ thị hàm số (C). **Chọn A.**

Câu 6: • Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại $x = -2 \Rightarrow -2a + 2 = 0 \Rightarrow a = 1$

$$\text{• Tiệm cận ngang } y = 1 \Rightarrow \frac{a}{c} = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$\text{• Tiệm cận đứng } x = -\frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = -2 \text{ Chọn C.}$$

Câu 7: • $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ nên loại B.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là -4 nên loại C.

• Hàm số $y = -x^3 - 4$ không có cực trị nên loại D. **Chọn A.**

Câu 8: • $V = 5.4^2 = 80$. **Chọn C.**

Câu 9: • $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) = -\infty$. **Chọn B.**

Câu 10: • Tiệm cận đứng $x = -2$. **Chọn A.**

Câu 11: • Ta có:

$$y = x^3 - 3x^2 + mx - 2$$

$$\Rightarrow y' = 3x^2 - 6x + m$$

$$\Rightarrow y'' = 6x - 6$$

• Để hàm số đạt cực trị tại $x = 2$

$$y'(2) = 3 \cdot 4 - 6 \cdot 2 + m = 0 \Rightarrow m = 0$$

+ Để đạt cực tiểu tại $x = 2 \Rightarrow y''(2) > 0 \Leftrightarrow 6 \cdot 2 - 6 > 0$ (luôn đúng)

Vậy $m = 0$. **Chọn A.**

Câu 12: • Ta có:

$$AA' // OO'$$

$$\Rightarrow AA' // (DBB'D'); BD' \subset (DBB'D')$$

$$\Rightarrow d(AA'; BD') = d(AA'; (DBB'D')) = d(A'; (DBB'D'))$$

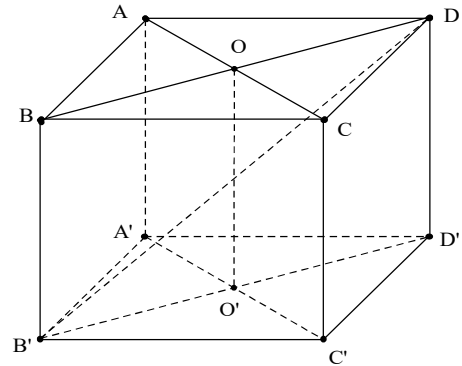
• Có:

$$\begin{cases} A'O' \perp B'D' \\ OO' \perp A'O' \end{cases}$$

$$\Rightarrow A'O' \perp (BB'D'D)$$

$$\Rightarrow d(A'; (BB'D'D)) = A'O' = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Chọn B.



Câu 13: • Ta có: $CC' \perp (ABC)$

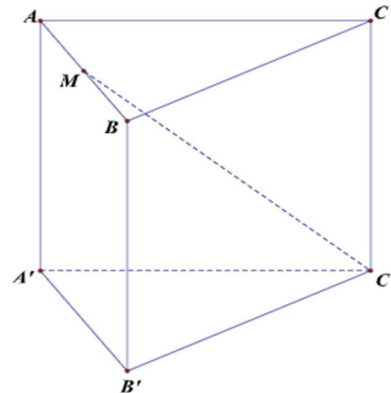
$$\Rightarrow \text{Góc giữa } C'M \text{ và } (ABC) = \angle C'MC$$

• MC là đường cao của tam giác đều ABC :

$$\Rightarrow MC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

• Xét $\triangle MCC'$:

$$\tan \angle CMC' = \frac{CC'}{MC} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}. \text{ Chọn B.}$$



Câu 14: • Ta có: $x^3 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = -2 + 1 = -1. \text{ Chọn D.}$$

Câu 15: • Đáp án A: Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1. Sai

• Đáp án B: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và cực tiểu tại $x = 1$. Đúng

• Đáp án C: Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. Sai

Chọn B.

Câu 16: • Cách 1: Tự Luận

+ Xét hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên khoảng $(0; +\infty)$:

+ Ta có $y' = -3x^2 + 3$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

+ BBT:

x	0	1	$+\infty$	
y'		+	0	-
y	1	3	$-\infty$	

Vậy trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số đạt GTLN bằng 3 và không tồn tại GTNN.

• Cách 2: Trắc Nghiệm

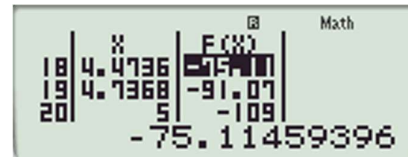
Sử dụng chức năng TABLE trong máy tính cầm tay để tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

+ Bước 1: Vào MODE+7

+ Bước 2: Nhập hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$

+ Bước 3: Nhập các thông số

$$\begin{cases} \text{Start} = 0 \\ \text{End} = 5 \\ \text{Step} = \frac{5}{19} \end{cases}$$



Dựa vào bảng giá trị ta thấy hàm số đạt GTLN bằng 3 và tiến về $-\infty$ nên không tồn tại GTNN. **Chọn D.**

Câu 17: • Xét đáp án A: “Điểm cực tiểu hàm số là -1 ”. **Sai** vì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 .

• Xét đáp án B: “Điểm cực đại của hàm số là 3”. **Sai** vì hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và giá trị cực đại của hàm số bằng 3.

• Xét đáp án C: “Giá trị cực đại của hàm số là 0”. **Sai** vì giá trị cực đại của hàm số là 3.

• Xét đáp án D: “Giá trị cực tiểu của hàm số là -1 ”. **Đúng.**

Vậy đáp án đúng là D. **Chọn D.**

Câu 18: • Xét ΔABC vuông tại B có

$$AC = \frac{BC}{\cos 60} = 2a$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$$

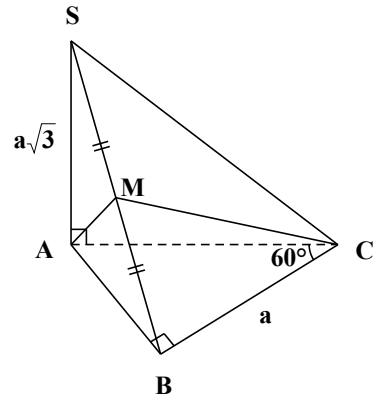
• Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3}h.S_{ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3}{2}$$

• Ta có $V = V_{S.AMC} + V_{M.ABC}$

$$\text{Mà } \frac{V_{S.AMC}}{V} = \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow V_{M.ABC} = \frac{V}{2} = \frac{a^3}{4}. \text{ Chọn B.}$$



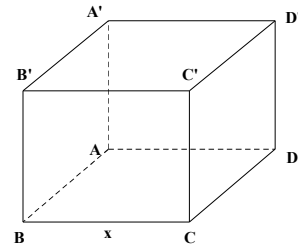
Câu 19: Gọi một cạnh của đáy là x (m) ($x > 0$)

• Thể tích của khối lăng trụ là $V = h.S_d \Rightarrow 8 = h.x^2 \Leftrightarrow h = \frac{8}{x^2}$

• Diện tích phần kính để làm bể cá là: $S = x^2 + 4 \cdot \frac{8}{x}$

$$+ S' = 2x - \frac{32}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^3 = 16 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{16}$$

Vậy số tiền tối thiểu phải trả là $\left((\sqrt[3]{16})^2 + 4 \cdot \frac{8}{\sqrt[3]{16}} \right) \cdot 600000 \approx 11429287$ đồng. **Chọn D.**



Câu 20: • Xét phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và đường thẳng $y = x+m$:

$$\frac{x+1}{x-2} = x+m \Leftrightarrow x^2 + (m-3)x - 2m - 1 = 0 \quad (1)$$

• Để hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ cắt đường thẳng $y = x+m$ tại 2 điểm phân biệt

\Leftrightarrow Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \Leftrightarrow 4 + 2m - 6 - 2m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow -3 \neq 0 \\ \Delta > 0 \Leftrightarrow (m-3)^2 + 4(2m+1) > 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R} \end{cases}$$

• Gọi giao điểm của hàm số và đường thẳng là $A(x_A; x_A + m)$ và $B(x_B; x_B + m)$ ta có:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (x_A - x_B)^2} = \sqrt{2(x_A - x_B)^2} = \sqrt{2[(x_A + x_B)^2 - 4x_A \cdot x_B]}$$

$$\Leftrightarrow AB = \sqrt{2[(m-3)^2 + 4(2m+1)]} = \sqrt{2m^2 + 4m + 26} \geq 2\sqrt{6}$$

Vậy độ dài AB ngắn nhất bằng $2\sqrt{6}$. **Chọn D.**

Câu 21: • Gọi H là trung điểm của AB nên $SH \perp (ABCD)$

$$+ \text{ Lại có } DH = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

• Xét tam giác SDH vuông tại H

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SD^2 - DH^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = a$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} a^3$$

Chọn C.

Câu 22: Điều kiện: $\begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 4 \end{cases}$

• $\sqrt{x+5} + \sqrt{4-x} \geq m$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow m \leq \max_{[-5;4]}(\sqrt{x+5} + \sqrt{4-x})$$

+ Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x+5} + \sqrt{4-x}$ trên $D = [-5;4]$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+5}} - \frac{1}{2\sqrt{4-x}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+5} = \sqrt{4-x} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$+ \text{ Mà } f(-5) = f(4) = 3; f\left(-\frac{1}{2}\right) = 3\sqrt{2} \Rightarrow \max_{[-5;4]} f(x) = 3\sqrt{2}$$

Vậy $m \leq 3\sqrt{2}$. **Chọn A.**

Câu 23: + Gọi M là trung điểm của $A'C' \Rightarrow B'M \perp A'C'$

+ Gọi N là hình chiếu của M lên $AC' \Rightarrow AC' \perp (MNB')$

• Khi đó, Góc giữa hai mặt phẳng $(AC'C)$ và $(AB'C')$ là góc $\widehat{MNB'}$

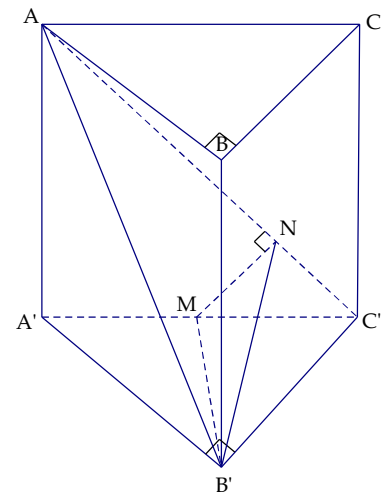
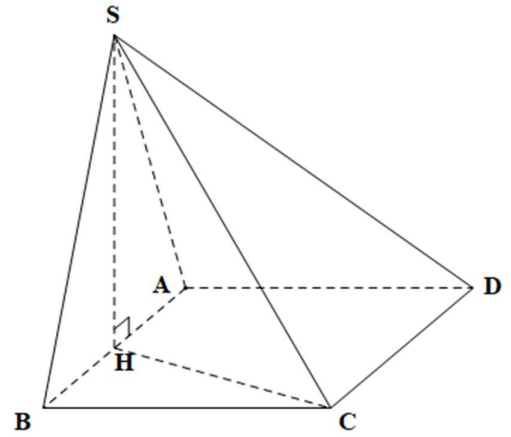
$$+ \text{ Ta có: } B'M = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow MN = \frac{B'M}{\tan \widehat{MNB'}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

$$\Rightarrow \tan \widehat{AC'A'} = \frac{MN}{C'N} = \frac{MN}{\sqrt{MC'^2 - MN^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{6}}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Mặt khác:

$$\tan \widehat{AC'A'} = \frac{AA'}{A'C'} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AA' = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot A'C' = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2}a = a$$

$$\Rightarrow V = AA' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{2}. \text{ Do đó } V_{B.ACC'A'} = V - V_{B'ABC} = \frac{2}{3}V = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3}{2} = \frac{a^3}{3}. \text{ Chọn A.}$$



Câu 24: • Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m+1 \end{cases}$

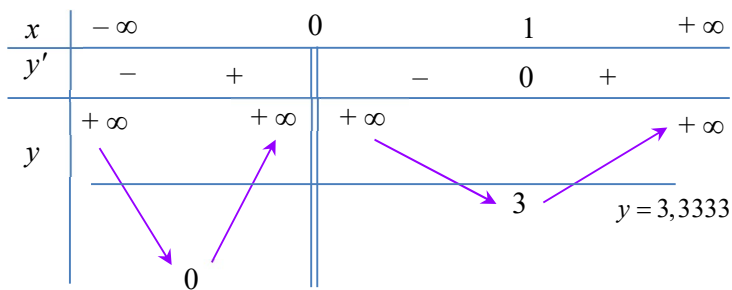
• Để hàm số có 3 điểm cực trị thì $m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$

• Ta có 3 điểm cực trị của hàm số là $\begin{cases} A(0; m) \\ B(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1) \\ C(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1) \end{cases}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} \overline{OA} = (0; m) \Rightarrow OA = |m| \\ \overline{BC} (2\sqrt{m+1}; 0) \Rightarrow BC = |2\sqrt{m+1}| \end{cases}$$

$$\Rightarrow OA = BC \Leftrightarrow |m| = |2\sqrt{m+1}| \Leftrightarrow m^2 = 4(m+1) \Rightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2}. \text{ Chọn } \underline{\mathbf{C}}.$$

Câu 25: • Từ BBT của hàm số $y = f(x)$ ta vẽ được BBT của hàm số $y = |f(x)|$:



$$\Rightarrow 3|f(x)| - 10 = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \frac{10}{3} \approx 3,3333$$

• Dựa vào BBT ta thấy số nghiệm của phương trình là 4. Chọn **B**.