# GIẢI CHI TIẾT
# ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ 1
# THPT LÝ THƯỜNG KIỆT – HÀ NỘI

**BẢNG ĐÁP ÁN**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1.C** | **2.A** | **3.C** | **4.A** | **5.D** | **6.B** | **7.A** | **8.D** | **9.D** | **10.B** |
| **11.A** | **12.B** | **13.A** | **14.D** | **15.A** | **16.D** | **17.B** | **18.B** | **19.A** | **20.C** |
| **21.B** | **22.D** | **23.A** | **24.A** | **25.D** | **26.C** | **27.A** | **28.C** | **29.D** | **30.C** |
| **31.A** | **32.B** | **33.C** | **34.C** | **35.B** | **36.A** | **37.A** | **38.B** | **39.D** | **40.D** |
| **41.B** | **42.C** | **43.A** | **44.A** | **45.B** | **46.B** | **47.B** | **48.D** | **49.C** | **50.B** |

**Câu 1:** $M=\dfrac{25^x+25^{-x}+1}{5^x+5^{-x}+1}$

$\Rightarrow M=\dfrac{(5^x)^2+(5^{-x})^2+2.5^x.5^{-x}-1}{5^x+5^{-x}+1}$

$\Rightarrow M=\dfrac{(5^x+5^{-x})^2-1}{5^x+5^{-x}+1}$

• Mà $5^x+5^{-x}=a$

$\Rightarrow \dfrac{a^2-1}{a+1}=\dfrac{(a-1)(a+1)}{(a+1)}=a-1$. **Chọn C.**

**Câu 2:** • Có $y=x^3-3x+1\Rightarrow y'=3x^2-3$

• Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

• Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | -1 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | + | 0 | $-$ | 0 | + | |
| $y$ | $-\infty$ | | 3 | | -1 | | $+\infty$ |

• Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và $y$ CĐ $= 3$ . **Chọn A.**

**Câu 3:** • Tên khối đa diện cạnh a loại {5;3} là khối thập nhị diện đều (12 mặt đều).
Vậy là I và III. **Chọn C.**

**Câu 4:** • Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow a.b<0\Rightarrow$ Loại đáp án B.

• Đồ thị là đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương $\Rightarrow$ Loại đáp án C.

• Đồ thị đi qua điểm $(1;3)$ $\Rightarrow$ Đáp án A thỏa mãn. **Chọn A.**

**Câu 5:** • $SA\perp(ABCD)$

$\Rightarrow V_{SABCD}=\dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\dfrac{1}{3}.3.4.3=12$ . **Chọn D.**

**Câu 6:** • Theo bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=0 \Rightarrow TCN\ y=0$

$\lim\limits_{x\to0^+} y=+\infty \Rightarrow TCD\ x=0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=3 \Rightarrow TCN\ y=3$

**Chọn B.**

**Câu 7:** • Đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện thỏa mãn:

+ Mỗi mặt của đa diện là một đa giác đều có $p$ cạnh

+ Mỗi một đỉnh của đa diện là đỉnh chung của đúng $q$ mặt. **Chọn A.**

**Câu 8:** • Trên $[-1;1]$ :

+ GTLN $y=f(x)=3=M$

+ GTNN $y=f(x)=-1=m$

• $P=M-2m=3-2.(-1)=5$. **Chọn D.**

**Câu 9:** • Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị đi lên trong khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$

$\Rightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$ . **Chọn D.**

**Câu 10:** • Đáp án A: $y'=3x^2-6x=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.(khong\ TM)$

• Đáp án B: $y'=3x^2+6x=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.(\text{TM})$ . **Chọn B.**

**Câu 11:** • $M=a^{2018.\log_{a^2}2017}$

$\Leftrightarrow M=\left(a^{\frac{1}{2}.2018.\log_a 2017}\right)$

$\Leftrightarrow M=\left(a^{1009.\log_a 2017}\right)$

$\Leftrightarrow M=\left(a^{\log_a 2017}\right)^{1009}$

$\Leftrightarrow M=2017^{1009}$

**Chọn A.**

**Câu 12:** • Ta có: $y=\dfrac{\sqrt{x^2-1}-3}{x^2-2x}$ ; Điều kiện $\left[\begin{array}{l} x\ge1 \\ x\le-1 \end{array}\right.$

• Mẫu: $x^2-2x=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\,(khong\ TM) \\ x=2(\text{TM}) \end{array}\right.$

• Tính: $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x^2-1}-3}{x^2-2x}=-\infty \Rightarrow x=2$ là TCĐ. **Chọn B.**

**Câu 13:** • Ta có: $y=(3x^2-2x-1)^{\frac{1}{3}}$

$\Rightarrow$ Điều kiện $3x^2-2x-1>0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<\dfrac{-1}{3} \end{array}\right.$ . **Chọn A.**

**Câu 14:** • Các mệnh đề đúng là mệnh đề I;III;V. **Chọn D.**

**Câu 15:** • Dùng chức năng Mode + 7 nhập hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+1}{2x^2+4x+5}$

Start: $-5$

End: 5

Step: $\dfrac{10}{42}$

• Từ đó ta có: Max $y=1=M$ ; Min $y=\dfrac{1}{6}=m$

$\Rightarrow P=5M+6m=5.1+6.\dfrac{1}{6}=6$ . **Chọn A.**

**Câu 16:** • Xét đáp án A: "Hàm số $y=a^x$ đồng biến trên tập xác định của nó khi $a>1$". **Đúng** vì hàm số mũ đồng biến trên tập xác định khi cơ số lớn hơn 1.

• Xét đáp án B: "Đồ thị hàm số $y=a^x$ có đường tiệm cận ngang là trục hoành". **Đúng** vì $\lim\limits_{x\to-\infty} a^x=0$

• Xét đáp án C: "Hàm số $y=a^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và có tập giá trị là $\left(0;+\infty\right)$". **Đúng**

• Xét đáp án D: "Đồ thị hàm số $y=a^x$ có đường tiệm cận đứng là trục tung". **Sai** vì hàm số mũ có tập xác định là $\mathbb{R}$. **Chọn D.**

**Câu 17:** • Ta có $2f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=2$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=2$ tại 1 điểm có hoành độ dương

Vậy phương trình $2f(x)-4=0$ không có nghiệm âm. **Chọn B.**

**Câu 18:** • Ta có $2y-3=0 \Leftrightarrow y=\dfrac{3}{2}$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ và đồ thị $y=\left|f(x)\right|$:

$$\left|f(x)\right|=\frac{3}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=\dfrac{3}{2} \\ f(x)=-\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$$

• Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ tại 1 điểm và cắt đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}$ tại 3 điểm phân biệt.

Vậy số giao điểm của đường thẳng $2y-3=0$ với đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ là 4. **Chọn B.**

**Câu 19:** • Ta có $M=\log_2 2+\log_2 4+\log_2 8+...+\log_2 4096$

$\Leftrightarrow M=\log_2(2.4.8...4096)=\log_2 2^{1+2+3+...+12}=\log_2 2^{78}=78$ . **Chọn A.**

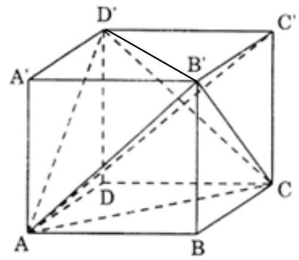
**Câu 20:** • Ta có $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}h.S_{ABCD}$

$\Leftrightarrow 18=\dfrac{1}{3}.d(S;(ABCD)).9$

$\Leftrightarrow d(S;(ABCD))=6$

**Chọn C.**

**Câu 21:** • Có thể chia khối lập phương thành 4 khối chóp tam giác đều và một khối tứ diện đều.




**Chọn B.**

**Câu 22:** • **Cách 1: Tự Luận**

+ Ta có $\log_6 45 = \dfrac{\log_2 45}{\log_2 6} = \dfrac{\log_2 5 + 2\log_2 3}{1+\log_2 3}$

$= \dfrac{\log_2 3.\log_3 5 + 2\log_2 3}{1+\log_2 3} = \dfrac{\log_2 3.\dfrac{1}{\log_5 3} + 2\log_2 3}{1+\log_2 3}$

$= \dfrac{\dfrac{a}{b}+2a}{1+a} = \dfrac{a+2ab}{ab+b}$

**Cách 2: Trắc Nghiệm**

• Ta có $\log_2 3 \approx 1,58$, bấm Shift+Sto+A để lưu $\log_2 3$ vào chữ A, $\log_5 3 \approx 0,68$, bấm Shift+Sto+B để lưu $\log_5 3$ vào chữ B.

Thử đáp án D, ta có $\log_6 45 - \dfrac{A+2AB}{AB+B} = 0$. **Chọn D.**

**Câu 23:** • Ta có $y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4 \Rightarrow y" = 2x\text{-}2m$

• Để hàm số đạt cực đại tại $x = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 = 0 \\ 6 - 2m < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1\ (L) \\ m = 5\ (TM) \end{array}\right. \\ m > 3 \end{cases}$. **Chọn A.**

**Câu 24:** • Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. **Chọn A.**

**Câu 25:** • Do $(ABC)//(A'B'C')$

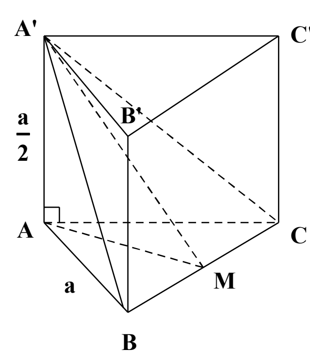
$\Rightarrow \widehat{((A'BC);(A'B'C'))} = \widehat{((A'BC);(ABC))} = \widehat{A'MA}$

(M là trung điểm BC)

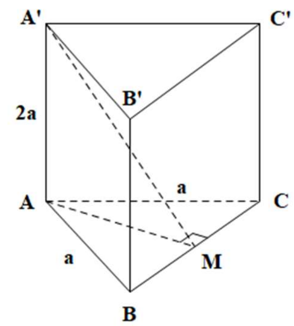
+ Xét tam giác $\Delta A'AM$ vuông tại $A$ có:

$\tan \widehat{A'MA} = \dfrac{AA'}{AM} = \dfrac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow \widehat{A'MA} = 30^\circ$. **Chọn D.**



**Câu 26:** • Gọi M là trung điểm BC




Ta có : $\begin{cases} AM \perp BC \\ AA' \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AM) \Rightarrow A'M \perp BC$

$\Rightarrow d\left(A', \mathrm{BC}\right) = A'M$

• Do $ABC$ là tam giác đều $\Rightarrow AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow A'M = \sqrt{AA'^2 + AM^2} = \sqrt{(2a)^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{19}}{2}$.

**Chọn C.**

**Câu 27:** • Ta có $\log_3 a = 2, \log_2 b = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = \sqrt{2} \end{cases}$

$\Rightarrow Q = 2\log_3(\log_3(3a)) + \log_{\frac{1}{4}} b^2 = \dfrac{3}{2}$. **Chọn A.**

**Câu 28:** • Ta có $\log_2 c = 5\log_2 a + 3\log_2 b \Rightarrow \log_2 c = \log_2 a^5 + \log_2 b^3 = \log_2 a^5.b^3 \Rightarrow c = a^5.b^3$ .**Chọn C.**

**Câu 29:** • Ta có $f'(x) = x(x^2-1)(x^2-3x+2) = x(x-1)^2(x+1)(x-2)$

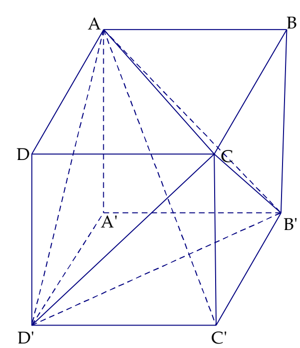
Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$

• Ta có BBT:

| x | $-\infty$ | | -1 | | 0 | | 1 | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | | − | 0 | + | 0 | − | 0 | − | 0 | + | |

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ . **Chọn D.**

**Câu 30:** • Ta có $AC' = \sqrt{12} = AB.\sqrt{3} \Rightarrow AB = 2$




• Ta có $V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{ADCD'} - V_{ABCB'} - V_{AA'B'D'} - V_{CC'B'D'}$

• Mà $V_{ADCD'} = V_{ABCB'} = V_{AA'B'D'} = V_{CC'B'D'} = \dfrac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{6}$

$\Rightarrow V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'}.\left(1 - \dfrac{4}{6}\right) = 2^3.\dfrac{1}{3} = \dfrac{8}{3}$. **Chọn C.**

**Câu 31:** • Tập xác định $D = \mathbb{R}$

+ $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$

• Hàm số nghịch biến trên $R \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 0 \\ m^2 + 12m + 27 \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -9 \le m \le -3$, với $m \in Z$

$\Rightarrow m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3\}$

Vậy tổng các giá trị là $-42$. **Chọn A.**

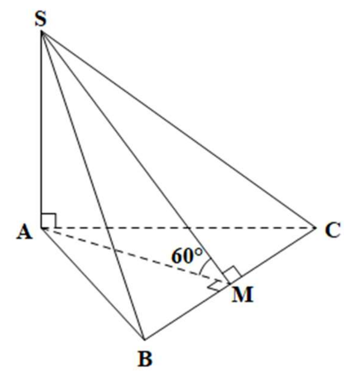
**Câu 32:** • $M$ là trung điểm của $BC$, vì tam giác $ABC$ đều nên $AM \perp BC$

$\Rightarrow SM \perp BC \;\Rightarrow \widehat{(SBC);(ABC)} = \widehat{SMA} = 60^\circ$

• Ta có $V = \dfrac{1}{3}.B.h = \dfrac{1}{3}.S_{ABC}.SA$

$+\Delta SAM$ vuông tại $A \Rightarrow SA = AM.\tan 60^\circ = \dfrac{3a}{2}$

Vậy $V = \dfrac{1}{3}.B.h = \dfrac{1}{3}.S_{ABC}.SA = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{3a}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **Chọn B.**




**Câu 33:** • Ta có $\begin{cases} S_{\text{toàn phần}} = 4xh + x^2 \\ V = x^2h \to h = \dfrac{V}{x^2} = \dfrac{32}{x^2} \end{cases} \Rightarrow S_{\text{toàn phần}} = 4x.\dfrac{32}{x^2} + x^2 = \dfrac{128}{x} + x^2$

(Với $x > 0$)

• Để lượng vàng cần dùng là nhỏ nhất thì diện tích $S$ là nhỏ nhất

$\Rightarrow S = \dfrac{64}{x} + \dfrac{64}{x} + x^2 \geq 3\sqrt[3]{\dfrac{64}{x}.\dfrac{64}{x}.x^2} = 48$

Dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{64}{x} = x^2 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow h = 2 \Rightarrow x^2 + h^2 = 20$. **Chọn C.**

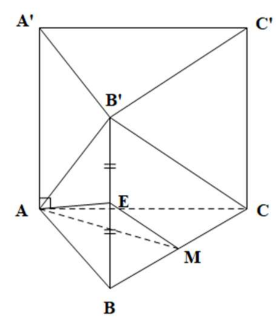
**Câu 34:** • Gọi $E$ là trung điểm của $BB'$.

+ Khi đó $(AME)//B'C$ nên ta có

$d_{(AM,B'C)} = d_{(B'C,(AME))} = d_{(B',(AME))} = d_{(B,(AME))}$

+ Tứ diện $ABEM$ có các cạnh $BE, BM, BA$ đôi một vuông góc nên là bài toán quen thuộc

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{d^2_{(B,AME)}} = \dfrac{1}{BE^2} + \dfrac{1}{BA^2} + \dfrac{1}{BM^2} = \dfrac{7}{a^2} \Rightarrow d_{(B,(AME))} = \dfrac{a}{\sqrt{7}}$. **Chọn C.**




**Câu 35:** • Ta có $g(x) = 2019 + \left[f(x)\right]^2 \Rightarrow g'(x) = 2f'(x)f(x)$

$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \end{array}\right.$

Ta có:

$+ f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \end{array}\right.$

$+ f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1\,(-3 < x_1 < -2) \\ x = -1 \\ x = x_2\,(0 < x_1 < 1) \end{array}\right.$

Ta có BBT:

| x | $-\infty$ | | $x_1$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $x_2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| g'(x) | | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + | |
| g(x) | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Vậy hàm số có 2 điểm cực đại . **Chọn B.**

**Câu 36:** • Ta có $y'=-2f'(5-2x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-2x=-3 \\ 5-2x=-1 \\ 5-2x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=3 \\ x=2 \end{array}\right.$

• Ta có BBT của hàm số trên:

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $3$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | $+\infty$ |

• Dựa vào BBT trên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(2;3),(4;+\infty)$. **Chọn A.**

**Câu 37:** • Có hệ số góc của tiếp tuyến bằng $9 \Rightarrow y'=9 \Leftrightarrow 3x^2-3=9 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=2 \end{array}\right.$

• Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $\left[\begin{array}{l} y=9(x+2)+y(-2)=9(x+2)+0=9x+18 \\ y=9(x-2)+y(2)=9(x-2)+4=9x-14 \end{array}\right.$.**Chọn A.**

**Câu 38:** • Ta có: $y'=3x^2-6x+3\left(-m^2+2m+4\right)$

• **TH1:** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì hàm số cũng đồng biến trên $(0;+\infty)$

+ $y'\geq 0 \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Rightarrow m^2-2m-3\leq 0 \Rightarrow -1\leq m\leq 3$.

• **TH2:** Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$

$\Rightarrow y'\geq 0 \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2-6x+3\left(-m^2+2m+4\right)\geq 0$

$\Leftrightarrow x^2-2x-m^2+2m+4\geq 0$

$\Leftrightarrow -m^2+2m+4\geq -x^2+2x$

$\Rightarrow -m^2+2m+4\geq \underset{x\in(0;+\infty)}{Max}\left(-x^2+2x\right)$

+ Dùng chức năng TABLE nhập thông số: Start = 0 ; End = 10 ; $Step=\dfrac{10}{19}$

$\Rightarrow \underset{x\in(0;+\infty)}{Max}\left(-x^2+2x\right)=1$

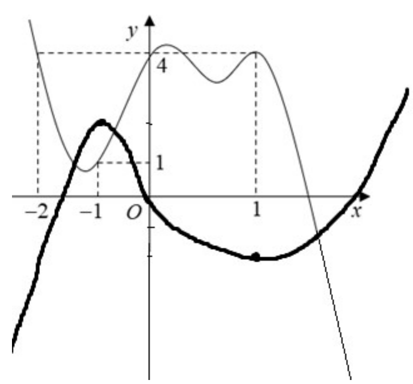
$\Rightarrow -m^2+2m+4\geq 1 \Leftrightarrow -m^2+2m+3\geq 0 \Leftrightarrow -1\leq m\leq 3$

• Vậy giá trị nhỏ nhất của $m$ là $-1$. **Chọn B.**

**Câu 39:** • Ta có $g'(x)=4f'(x)-4x^3+12x=0 \Leftrightarrow f'(x)=x^3-3x$.

• Xét sự tương giao giữa đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ thì thấy 2 đồ thị cắt nhau tại 3 điểm.

• Vậy hàm số có tổng 3 cực trị. **Chọn D.**



**Câu 40:** • Gọi $x$ là số tháng gửi với lãi suất $0,7\%$/tháng $\left(0<x<12\right)$.

• Gọi $y$ là số tháng gửi với lãi suất $0,9\%$/tháng.

• Tổng số tháng mà ông Tư gửi tiết kiệm là $x+6+y$ tháng.

• Theo đề bài, ta có $5.10^6.\left(1+0,7\%\right)^x.\left(1+1,15\%\right)^6.\left(1+0,9\%\right)^y=5787710,707$.

$\Leftrightarrow 1,007^x.1,009^y=1,08079 \Leftrightarrow y=\log_{1,009}\dfrac{1,08079}{1,007^x}$.

• Dễ thấy gán các giá trị từ $x=1\to 11$ thì sẽ tìm được giá trị $y$ nguyên.

• Sử dụng TABLE ta thấy $y$ nguyên tại $\begin{cases}x=6\\ y=4\end{cases}$. Vậy có $x+6+y=6+6+4=16$ tháng.

**Chọn D.**

**Câu 41:** • $\lim\dfrac{x-2}{\sqrt{(m^2-2m-3)x^2+1}}=\lim\dfrac{x-2}{|x|\sqrt{m^2-2m-3+\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\dfrac{x\left(1-\dfrac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{m^2-2m-3+\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\dfrac{x}{|x|\sqrt{m^2-2m-3}}$

$$\Rightarrow\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}y=\dfrac{x}{x\sqrt{m^2-2m-3}}=\dfrac{1}{\sqrt{m^2-2m-3}}\\ \lim\limits_{x\to-\infty}y=\dfrac{x}{-x\sqrt{m^2-2m-3}}=\dfrac{-1}{\sqrt{m^2-2m-3}}\end{cases}$$

+ Để đồ thị hàm số có 2 TCN $\Rightarrow m^2-2m-3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-1\\ m>3\end{array}\right.$. **Chọn B.**

**Câu 42:** • Ta có: $y=\sqrt{ax^2+bx}-2x=\dfrac{\left(a-4\right)x^2+bx}{\sqrt{ax^2+bx}+2x}$.

• Dễ thấy: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{ax^2+bx}-2x\right)=+\infty$ nên để đồ thị hàm số nhận $y=2$ làm tiệm cận ngang thì:

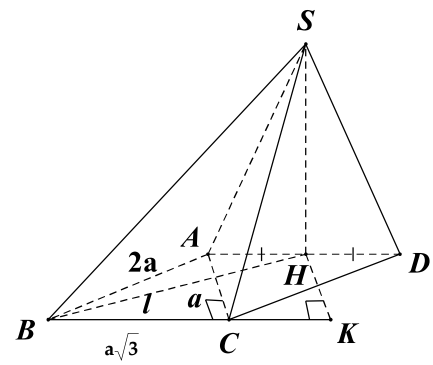
$$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{ax^2+bx}-2x\right)=2\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(a-4\right)x^2+bx}{\sqrt{ax^2+bx}+2x}=2\Leftrightarrow\begin{cases}a-4=0\\ \dfrac{b}{\sqrt{a}+2}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\ b=8\end{cases}.$$

• Khi đó ta có: $P=a+b=12$. **Chọn C.**

**Câu 43:** • Gọi D,M,C lần lượt là số đỉnh, mặt và số cạnh của một hình đa diện, khi đó ta có hệ thức liên hệ sau: $D+M-C=2$

• Khi đó 3 số D,M,C không thể đồng thời là số lẻ. **Chọn A.**

**Câu 44:** • Gọi H là chân đường cao kẻ từ S của tam giác $SAD$, khi đó ta có: $SH \perp (ABCD)$




+ Góc SB và (ABCD) là góc $\widehat{SBH} = 60^0$

• Tam giác $ABC$ có: $AB^2 = AC^2 + CB^2$

$\Leftrightarrow 4a^2 = a^2 + 3a^2$ (Luôn đúng)

$\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại $C$. (Pitago đảo)

$\Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2.\frac{1}{2}.AC.BC = a^2\sqrt{3}$

• Ta có: Gọi K là hình chiếu vuông góc của H xuống $BC$, ta có:

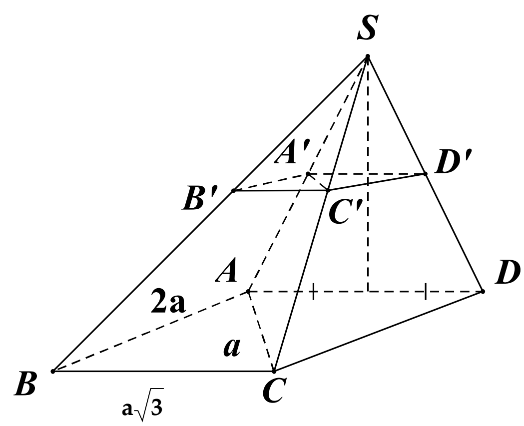
$CK = AH = \frac{AD}{2} = \frac{BC}{2}; HK = AC.$

$BK = BC + CK = \frac{3BC}{2} = \frac{3a\sqrt{3}}{2}. \Rightarrow BH = \sqrt{BK^2 + HK^2} = \frac{a\sqrt{31}}{2}.$

$\Rightarrow SH = BH.\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{93}}{2} \quad \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{SH.S_{ABCD}}{3} = \frac{a^3\sqrt{31}}{2}$. **Chọn A.**

**Câu 45:**

• Gọi H là chân đường cao kẻ từ S của tam giác $SAD$, khi đó ta có: $SH \perp (ABCD)$.




• Tam giác $SAD$ vuông cân nên:

$SH = \frac{AD}{2} = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

• Tam giác $ABC$ có: $AB^2 = AC^2 + CB^2$

$\Leftrightarrow 4a^2 = a^2 + 3a^2$ (Luôn đúng)

$\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại $C$. (Pitago đảo)

$\Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2.\frac{1}{2}.AC.BC = a^2\sqrt{3}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{SH.S_{ABCD}}{3} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a^2\sqrt{3} = \frac{a^3}{2}.$

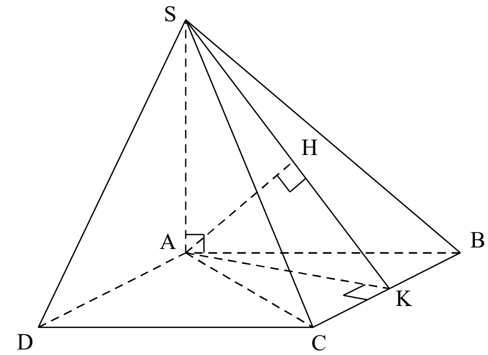
• Áp dụng công thức tính nhanh:

$$\frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{\frac{SA}{SA'} + \frac{SB}{SB'} + \frac{SC}{SC'} + \frac{SD}{SD'}}{4.\frac{SA}{SA'}.\frac{SB}{SB'}.\frac{SC}{SC'}.\frac{SD}{SD'}} = \frac{2 + 2 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2}}{4.2.2.\frac{3}{2}.\frac{3}{2}} = \frac{7}{36}$$

$\Rightarrow V_{S.A'B'C'D'} = \frac{7}{36}.\frac{a^3}{2} = \frac{7a^3}{72}$

**Chọn B.**

**Câu 46:** • Có $AC$ là phân giác $\widehat{BAD} \Rightarrow \widehat{CAB} = 60^\circ \Rightarrow \Delta ACB$ đều.




Kẻ $AK \perp CB$ và $AK = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$\widehat{SKA} = 45^\circ \Rightarrow SA = AK = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

• Kẻ $AH \perp SK = \{H\}$

$CB \perp AK, CB \perp SA \Rightarrow CB \perp (SAK) \Rightarrow AH \perp CB$

$\Rightarrow AH \perp (SCB) \Rightarrow d(A,(SCB)) = AH$

• Có: $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AK^2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$

$AD // (SBC) \Rightarrow d(D,(SBC)) = d(A,(SBC)) = AH = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **Chọn B.**

**Câu 47:** • $y' = \dfrac{4}{(x+2)^2} \Rightarrow y'(x_0) = \dfrac{4}{(x_0+2)^2}$.

• Nhận thấy $I(-2;2)$ chính là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y$. Gọi $\Delta$ là tiếp tuyến tại điểm $M$ .Để $d(I,\Delta)$ lớn nhất thì hệ số góc $\tan\alpha = \pm 1$.

$\Rightarrow \dfrac{4}{(x_0+2)^2} = 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_0+2=2 \\ x_0+2=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=-4 \Rightarrow y_0=4 \end{array}\right. \Rightarrow 2x_0+y_0=-4$. **Chọn B.**

**Câu 48:** • Cạnh đáy mới: $a' = 4a$; Đường cao mới: $h' = \dfrac{h}{2}$.

• $V' = \dfrac{1}{3}.\dfrac{(a')^2\sqrt{3}}{4}.h' = \dfrac{1}{3}.\dfrac{(4a)^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{h}{2} = 8.\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.h = 8V$ . **Chọn D.**

**Câu 49:** • Giả sử $MC = x \quad (0<x<7) \Rightarrow BM = 7-x \Rightarrow AM = \sqrt{5^2+(7-x)^2} = \sqrt{x^2-14x+74}$

+ Thời gian đi từ A -> M : $t = \dfrac{S}{v} = \dfrac{AM}{2} = \dfrac{\sqrt{x^2-14x+74}}{2}$

+ Thời gian đi từ M -> C: $t = \dfrac{S}{v} = \dfrac{MC}{4} = \dfrac{x}{4}$

Tổng thời gian đi là: $t = \dfrac{\sqrt{x^2-14x+74}}{2} + \dfrac{x}{4} \Rightarrow t' = \dfrac{x-7}{2\sqrt{x^2-14x+74}} + \dfrac{1}{4} = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{x-7}{2\sqrt{x^2-14x+74}} = -\dfrac{1}{4}$

$\Leftrightarrow -2x+14 = \sqrt{x^2-14x+74}$

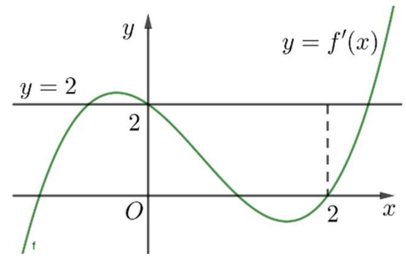
$\Leftrightarrow 4x^2-56x+196 = x^2-14x+74 (x \le 7)$

$\Leftrightarrow 3x^2-42x+122=0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{21-5\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow BM = 7 - \dfrac{21-5\sqrt{3}}{3} = \dfrac{5}{\sqrt{3}}(km)$. **Chọn C.**

**Câu 50:** • Có: $f(x) > 2x + m \Rightarrow m < f(x) - 2x$




• Để phương trình nghiệm đúng $\forall x \in (0;2)$ thì:

$\Rightarrow m < Min\left[f(x) - 2x\right]$ trên $(0;2)$

Xét: $f(x) - 2x = g(x)$

$\Rightarrow g'(x) = f'(x) - 2$

• Từ hình vẽ ta thấy $\forall x \in (0;2)$ thì $f'(x) < 2 \Rightarrow f'(x) - 2 < 0$

$\Rightarrow g(x)$ luôn nghịch biến trên $(0;2)$

$\Rightarrow$ $Min\ g(x)$ đạt tại $x = 2$ $\Rightarrow Min\ g(x) = g(2) = f(2) - 4$

$\Rightarrow$ $m \le f(2) - 4$. **Chọn B.**