GIẢI CHI TIẾT
ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ 1
THPT NGUYỄN TẤT THÀNH – HÀ NỘI

Câu 1: 1.ĐKXĐ: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \backslash \{2k\pi\} (k \in \mathbb{Z})$.

2.Ta có:

$$-\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2} \leq \sqrt{2}\sin x - \sqrt{2}\cos x \leq \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq \sqrt{2}\sin x - \sqrt{2}\cos x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq \sqrt{2}\sin x - \sqrt{2}\cos x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{2}\sin x - \sqrt{2}\cos x + 2 \leq 4$$

Vậy giá trị lớn nhất bằng 4 và giá trị nhỏ nhất bằng 0.

Câu 2: 1.

$$\sqrt{3}\cos 2x + \sin 2x = 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x + \frac{1}{2}\sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{\frac{-\pi}{12} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi\right\} (k \in \mathbb{Z})$.

2.

$$5\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x - \sin^2 x = 2 \Leftrightarrow 5\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x.\cos x - \sin^2 x = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow 3\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x.\cos x - 3\sin^2 x = 0 (1).$$

Dễ thấy $\sin x = 0$ không là nghiệm của phương trình trên nên ta có:

$$(1) \Leftrightarrow 3\left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2 + 2\sqrt{3}\left(\frac{\cos x}{\sin x}\right) - 3 = 0 \Leftrightarrow 3\cot^2 x + 2\sqrt{3}\cot x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cot x = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \cot x = -\sqrt{3} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{\frac{-\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{3} + k\pi\right\} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3:

1. Số cách chọn ra 3 học sinh bất kì trong số 31 học sinh là: C_{31}^{3}

Số cách chọn ra nhóm 3 bạn toàn nam là: C_{15}^{3}

Số cách chọn ra nhóm 3 bạn toàn nữ là: C_{16}^{3}

Vậy số cách chọn ra nhóm 3 bạn có cả nữ và nam là: $C_{31}^{3}-C_{15}^{3}-C_{16}^{3}=3480$.

2. Gọi số lập được có dạng $\overline{abc}$, khi đó để số trên chia hết cho 3 thì: $a+b+c \vdots 3$.
Để $a+b+c \vdots 3$ thì 3 số phải cùng số dư khi chia cho 3 hoặc đôi một khác số dư khi chia cho 3.
Mà trong 6 số 2,3,4,5,6,7 có 2 số chia 3 dư 1, 2 số chia 3 dư 2, 2 số chia 3 dư 0 nên khi đó không tồn tại bộ 3 số có cùng số dư khi chia cho 3.
Nên 3 số a,b,c phải khác số dư.
Số cách chọn ra bộ 3 số khác số dư là: $2.2.2=8$.
Mặt khác do ba số a,b,c phân biệt nên mỗi hoán vị của một bộ số sẽ cho ta 1 số cần tìm:
Vậy số các số lập được thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $8.3!=48$.

Câu 4: 1. Phương trình đường thẳng của (d') là:

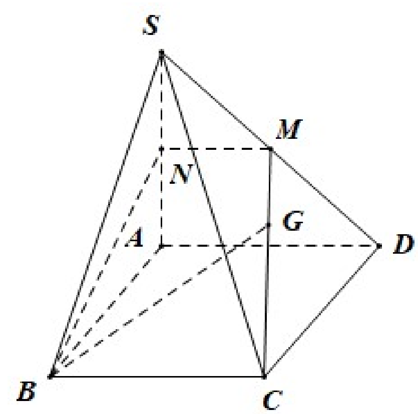
$(d'):3(x-2)-(y-3)-3=0 \Leftrightarrow (d'):3x-y-6=0.$

2. Ta có: $(C):x^2+y^2-4y-96=0 \Leftrightarrow (C):x^2+(y-2)^2=100.$

Gọi $I';R'$ lần lượt là tâm và bán kính của (C'), khi đó ta có:

$$\begin{cases}\overrightarrow{OI'}=-3(0;2)\\ R'=3.10\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}I'(0;-6)\\ R'=30\end{cases} \Leftrightarrow (C'):x^2+(y+6)^2=900.$$

Câu 5:



1. Gọi M là trung điểm của SD.

Do $M\in(CG)\Rightarrow M\in(BCG)$.

Qua M kẻ $MN//AD(N\in SA)$, ta có:

$$\begin{cases}MN//AD\\ AD//BC\\ M\in(BCG)\end{cases} \Rightarrow N\in(BCG).$$

Vậy thiết hiện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi $mp(BCG)$ là hình thang $BCMN$.

2. Nhận xét: do $|\sin x|;|\cos x|\le 1$ nên: $|\sin^a x|\ge|\sin^b x|;|\cos^a x|\ge|\cos^b x|(\forall a\le b)$. Áp dụng:

$$|\sin^{2017}x+cos^{2017}x+\sin^{2018}x|\le|\sin^{2017}x|+|cos^{2017}x|+|\sin^{2018}x|\le|\sin^2 x|+|cos^2 x|+|\sin^{2018}x|\le(\sin^2 x+cos^2 x)+1\le 2.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: $\sin x=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+2k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi\right\}(k\in\mathbb{Z})$.