

GIẢI CHI TIẾT
ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ 1
THPT VIỆT ĐỨC – HÀ NỘI
BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.B	4.A	5.C	6.A	7.A	8.A	9.D	10.D
11.C	12.B								

Câu 1:

$$2 \sin x \cos x + \sin x + \cos x - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x + \sin x + \cos x - m - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x + \cos x) - 3 = m.$$

+ Đặt $t = \sin x + \cos x \left(t \in (0; \sqrt{2}] \text{ do } x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right) \right)$, ta có: $m = t^2 + t - 3$.

+ Xét hàm số $f(t) = t^2 + t - 3 \left(t \in (0; \sqrt{2}] \right)$

+ Ta có: $f(0) < m \leq f(\sqrt{2}) \Rightarrow -3 < m \leq -1 + \sqrt{2}$. **Chọn D.**

Câu 2: Mệnh đề ở đáp án B sai vì hai đường thẳng có thể trùng nhau. **Chọn B.**

Câu 3: Đặt $\sin x = t \left(t \in (0; 1] \right)$. Khi đó hàm số đã cho tương đương với hàm số sau:

$$f(t) = 3t - t^2 = -\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \leq -\left(1 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} = 2. \text{ **Chọn B.}**$$

Câu 4: (có ba đáp án A;B;C giống nhau)

+ Gọi $I; I'$ lần lượt là tâm đường tròn (C) và (C') , ta có:

$$I'I \perp (d) \Rightarrow \overrightarrow{u_{I'I}} = \overrightarrow{n_d} = (1; 1).$$

$$\Rightarrow I'I: x + y - 1 = 0$$

+ Gọi M là trung điểm $I'I$, ta có: M sẽ là giao điểm của $I'I$ và d :

$$\Rightarrow \begin{cases} x_M - y_M = 0 \\ x_M + y_M - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_M = y_M = \frac{1}{2} \Rightarrow M \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right) \Rightarrow I'(-2; 3).$$

$$\Rightarrow C': (x+2)^2 + (y-3)^2 = 9. \text{ **Chọn A.}**$$

Câu 5: Ta có:

$$2(m+1)\cos^2 x - (m+2)\sin 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow (m+1)\cos 2x - (m+2)\sin 2x + m + 3 = 0 \left(\text{do } 2\cos^2 x = \cos 2x + 1 \right)$$

$$\Leftrightarrow (m+1)\cos 2x - (m+2)\sin 2x = -m - 3.$$

Để phương trình trên có nghiệm thì:

$$(m+1)^2 + (m+2)^2 \geq (m+3)^2 \Leftrightarrow m^2 \geq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}. \text{ **Chọn C.}**$$

Câu 6: ĐKXD: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}). \\ x \neq 2k\pi \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 7: + Ảnh của điểm có tọa độ $(a; b)$ qua phép quay tâm O góc quay 90° là điểm có tọa độ $(-b; a)$.

Áp dụng ta có tọa độ điểm M là $(-2; -3)$. **Chọn A.**

Câu 8: + Do I không thuộc đường thẳng d phương trình tổng quát của d' là:
 $(d'): 2x + 3y + d = 0 (d \neq -7)$.

+ Ta có:

$$\begin{aligned} d(I/d) = d(I/d') &\Leftrightarrow \frac{|2 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 - 7|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{|2 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 + d|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} \\ &\Leftrightarrow |d + 4| = 3. \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} d = -7 \text{ (loại)} \\ d = -1 \text{ (tm)} \end{cases}. \end{aligned}$$

Chọn A.

Câu 9: Ta có:

$$\sin 4x + \cos 5x = 0 \Leftrightarrow \cos 5x = -\sin 4x \Leftrightarrow \cos 5x = \sin(-4x) \Leftrightarrow \cos(5x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 4x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = \frac{\pi}{2} + 4x + 2k\pi \\ 5x = -\frac{\pi}{2} - 4x + 2k\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = \frac{-\pi}{18} + \frac{2k\pi}{9} \end{cases}.$$

Mà $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{7\pi}{18}$. **Chọn D.**

Câu 10: Ta có: $\frac{\tan x}{\sin x} = \frac{-\tan(-x)}{-\sin(-x)} = \frac{\tan(-x)}{\sin(-x)}$. và tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\sin x}$ là tập đối xứng

nên hàm số $y = \frac{\tan x}{\sin x}$ là hàm chẵn. **Chọn D.**

Câu 11: Ta có: hàm số $y = \sin 2x$ luôn nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$. **Chọn C.**

Câu 12:

$$\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cdot \cos x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x \cdot \cos x = 1 - \sin^2 x \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x \cdot \cos x = \cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sqrt{3} \sin x = \cos x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn B.

Câu 13: $1, \cos 2x - \sin x + 2 = 0.$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x - \sin x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2\sin^2 x - \sin x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + 1)(-2\sin x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -\frac{3}{2} \text{ (L)} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$2, \cos^2 x - \sin 2x = 5\sin^2 x \Leftrightarrow \cos^2 x - 2\sin x \cdot \cos x - 5\sin^2 x = 0.$$

TH1: $\cos x = 0 \Rightarrow -5\sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0$ (vô nghiệm do $\sin^2 x + \cos^2 x = 0 \neq 1$)

TH2: $\cos x \neq 0 \Rightarrow$ Chia 2 vế của phương trình cho $\cos^2 x$ ta có:

$$-5\tan^2 x - 2\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = \frac{-1 + \sqrt{6}}{5} \\ \tan x = \frac{-1 - \sqrt{6}}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arctan \frac{-1 + \sqrt{6}}{5} + k\pi \\ x = \arctan \frac{-1 - \sqrt{6}}{5} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

3) ĐKXD: $\sin x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \frac{-\pi}{2} + k2\pi$

$$\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{3} \cos^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x}{\sin x + 1} \Leftrightarrow \sin x + \cos x = \frac{\sqrt{3} \cos x (\cos x + \sin x)}{\sin x + 1}$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x) \left(\frac{\sqrt{3} \cos x}{\sin x + 1} - 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = 0 \\ \sin x - \sqrt{3} \cos x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \text{ (TMĐKXD)}$$

Câu 14: + Ta có: $x^2 + y^2 \geq 2xy \Rightarrow xy \leq \frac{1}{2}$

$$+ P = (x^2 - y^2)^2 + 2xy + m = (x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2 + 2xy + m = 1 - 4\left(xy - \frac{1}{4}\right)^2 + m + \frac{1}{4} \leq m + \frac{5}{4}$$

Để giá trị lớn nhất của P bằng 4 thì $m + \frac{5}{4} = 4 \Leftrightarrow m = \frac{11}{4}$.

Câu 15: 1) Lấy $M(1;0) \in (d)$. Ảnh của M qua phép đối xứng tâm A là $M' \in (d')$

$$+ \text{Tọa độ } M' \text{ thỏa mãn } \begin{cases} x_{M'} = 2x_A - x_M = 4 - 1 = 3 \\ y_{M'} = 2y_A - y_M = -2 - 0 = -2 \end{cases} \Rightarrow M'(3; -2)$$

+ Mặt khác đường thẳng (d') song song với (d) nên có vtpt là $(1; -2)$.

+ Phương trình (d') là: $(x-3) - 2(y+2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 7 = 0$.

2) Vectơ tịnh tiến là: $\overrightarrow{AO}(-2; 1)$. $(C): (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$ có tâm $I(1; -1)$

+ Ảnh của I qua phép tịnh tiến là $I'(1-2; -1+1) \Rightarrow I'(-1; 0)$

+ Bán kính của (C') không đổi so với (C) là 2 $\Rightarrow (C'): (x+1)^2 + y^2 = 4$.

Câu 16: + Gọi $P = d \cap AB$. Lấy $Q \in$ đường AB sao cho

$$\frac{QA}{QB} = \frac{PA}{PB}$$

+ Lấy O là trung điểm QP . Vẽ đường tròn tâm O đường kính QP , đường tròn đó cắt d tại điểm C cần tìm.

+ Ta chứng minh CP là phân giác của \widehat{BCA}

Gọi tập hợp các điểm C' thỏa mãn $\frac{C'A}{C'B} = \frac{PA}{PB}$

(hay $C'P$ là phân giác của \widehat{BCA})

Khi đó $\frac{C'A}{C'B} = \frac{QA}{QB}$ hay $C'Q$ là phân giác ngoài

của \widehat{BCA}

$$\Rightarrow \widehat{QC'P} = 90^\circ \Rightarrow C' \in \left(O; \frac{QP}{2}\right)$$

Mà $C \in \left(O; \frac{QP}{2}\right) \Rightarrow CP$ là phân giác của \widehat{BCA}

(đpcm)

